

Mechanikai hullámok, hangtan, ultrahangok

előadás I. éves
orvostanhallgatóknak

Maróti Péter

Felkészülés

Előadás (lásd az intézet honlapjára felkerülő anyagokat) + egyéb segédletek

Minden tudás annyit ér, amennyit belőle alkalmazni tud.

A probléma- ill. feladatmegoldás fontos: kérem, hogy aktivizálja magát a szemináriumi foglalkozásokon.

Néhány tudomány-terület feladatok ill. megoldásuk formájában kerül terítékre.

Ajánlott olvasnivalók

Budó Á.: Kísérleti Fizika, Tankönyvkiadó, Budapest 1965.

Holics L.: Fizika, 1. kötet Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986.

Damjanovich S, Fidy J, és Szöllősi J.: Orvosi biofizika, Medicina, Budapest, 2005.

Fercher A.F.: Medizinische Physik, Springer, Wien, New York 1999.

Maróti P. Biomechanika, Doktori (PhD)-kurzusok fizikából (szerk.: Hevesi I.), 299-371, Szegedi Egyetemi Kiadó, Szeged, 2012.

Maróti P. és Laczkó G.: Bevezetés a biofizikába, JATEPress Szeged (több kiadás).

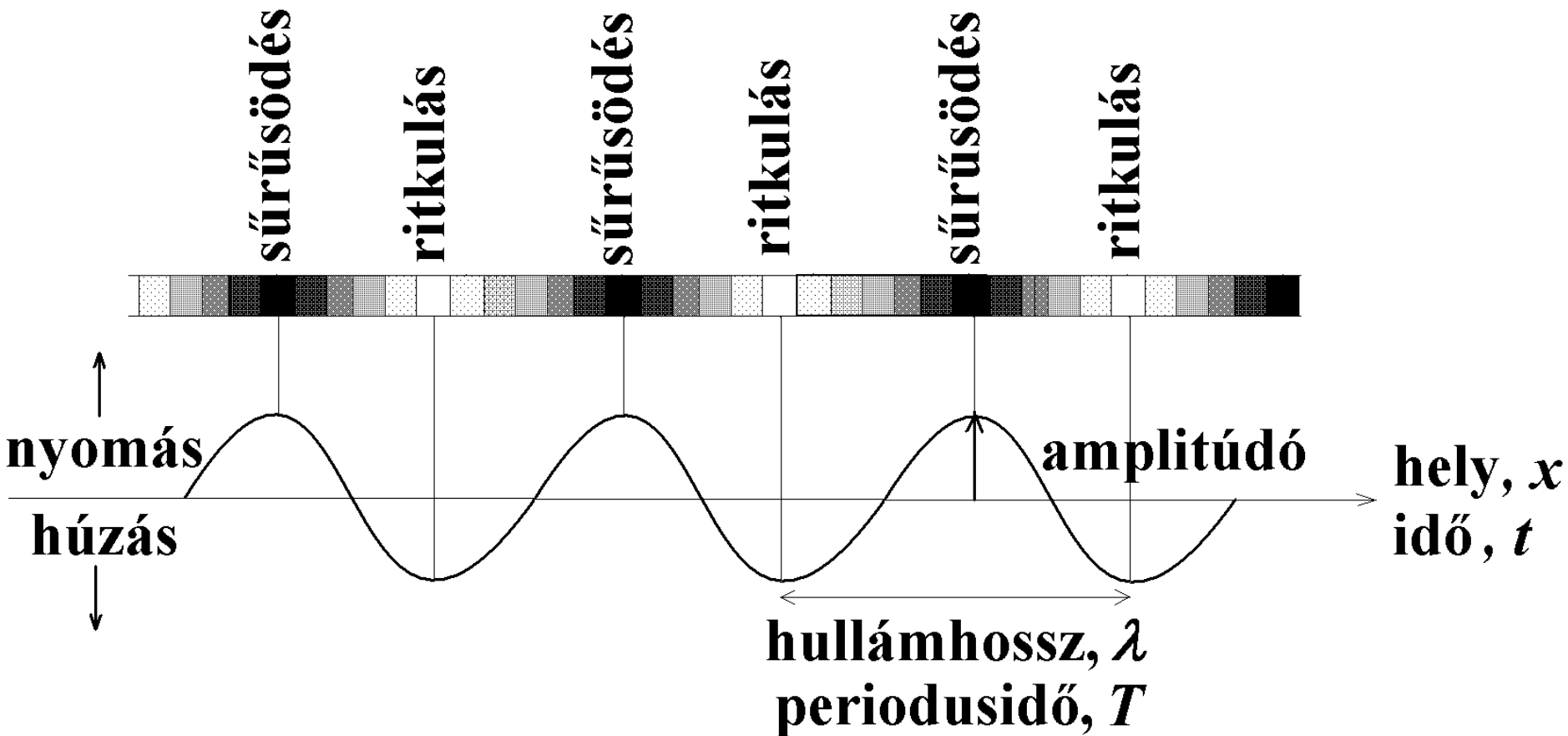
Maróti P. és Tandori J.: Biofizikai feladatok, JATEPress, Szeged 1996.

Maróti P., Berkes I. és Tölgyesi F.: Biophysics Problems. A textbook with answers, Akadémiai Kiadó, Budapest 1998.

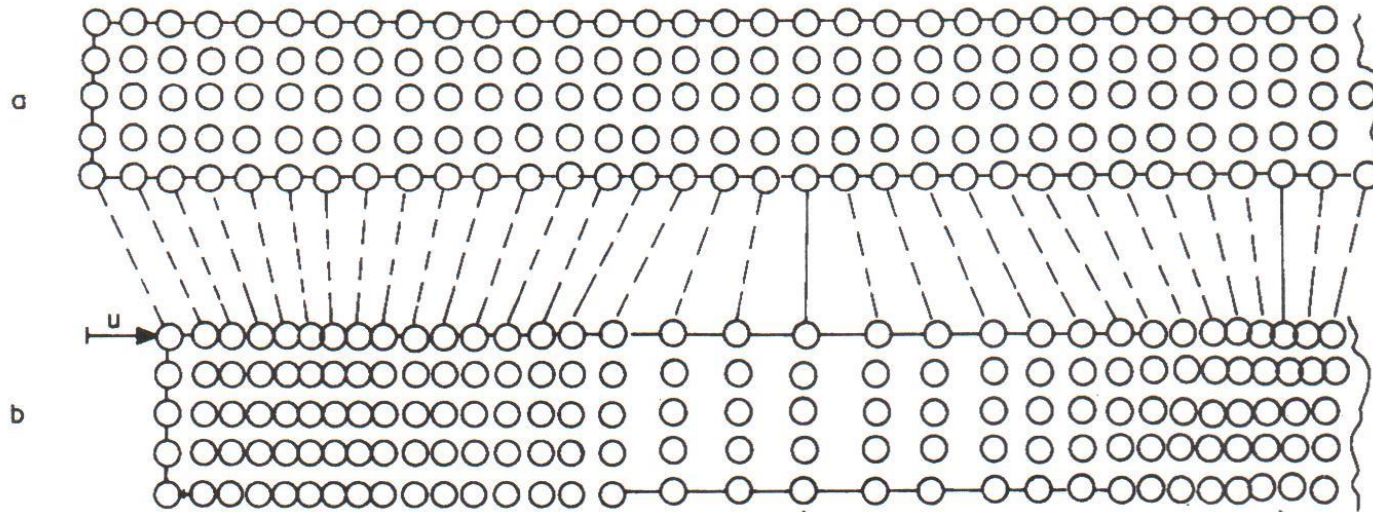
Mechanikai hullám

A rugalmas közegben rezgő test mozgásállapota (energiája) TÉR-ben és IDŐ-ben tovaterjed.

Hullámterjedés egyenes mentén; **transzverzális** és **longitudinális** hullámok

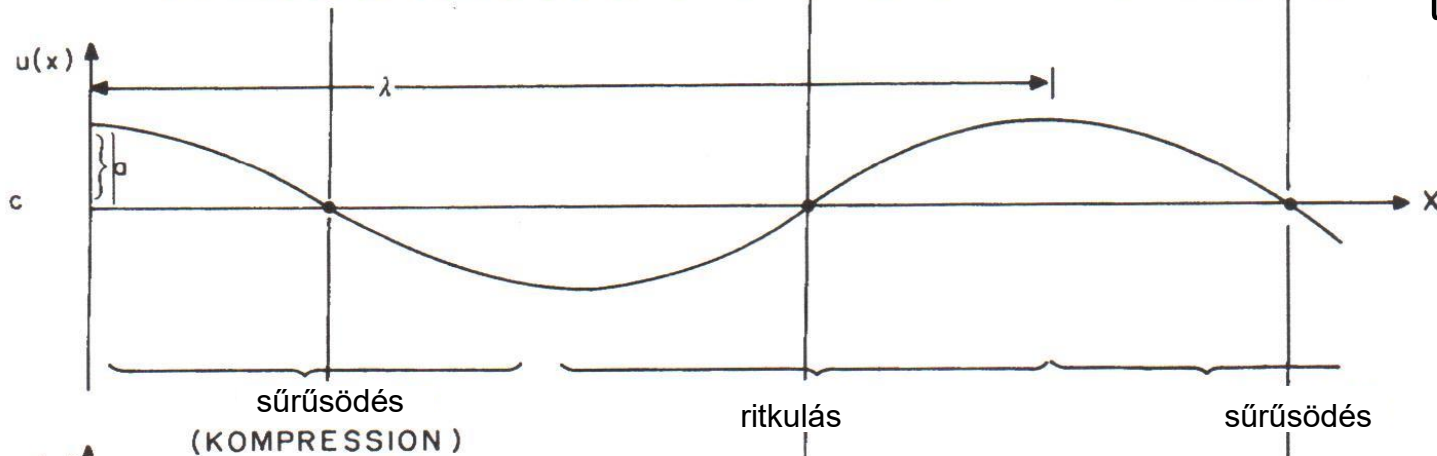


Harmonikus rezgés kitérése

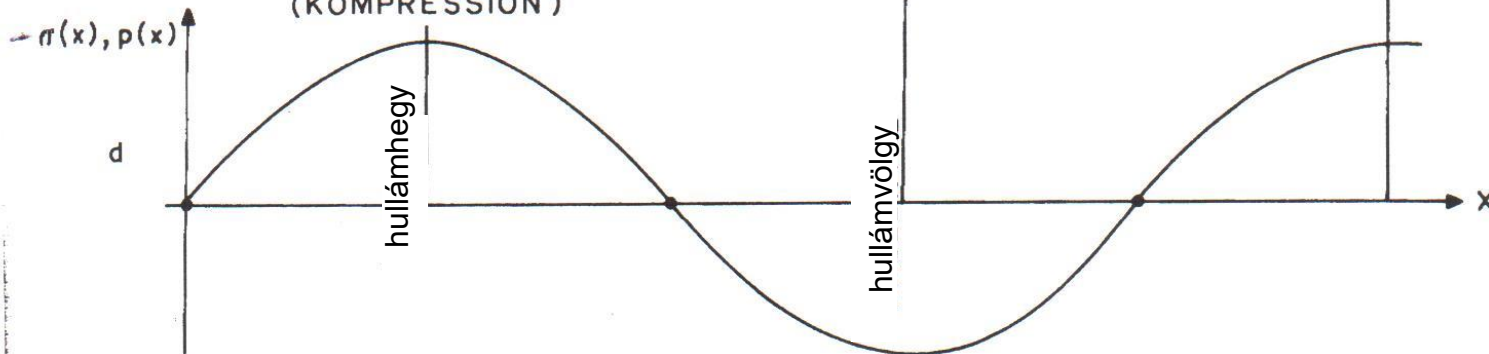


Rugalmas rúd
nyugalomban

Pillanatfelvétel,
miközben a
rúdban rezgés
terjed tova



A rúd
részecskéinek
pillanatnyi
kitérése
(t rögzített).



Mechanikai
feszültség
(nyomás)
eloszlása a rúd
mentén.

A mechanikai hullám (hang) spektruma

infrahangok

emberi beszéd,
hallás, ének

macska
hallásának felső
határa

ultrahang
denevér

orvosi ultrahang



infrahang



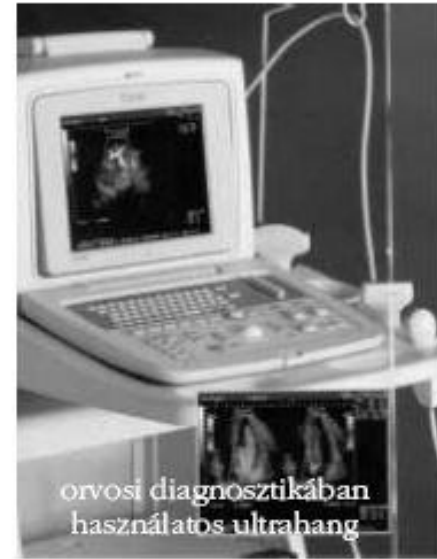
ember által
hallható hang



macska
hallásának
határa



denevér
hallásának
határa



orvosi diagnosztikában
használatos ultrahang

20 Hz

20 kHz

40 kHz

100 kHz

2 MHz

20 MHz

ultrahang

Egyenes mentén terjedő harmonikus hullám egyenlete.

$$y(x = 0, t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$y(x, t) = A \sin(\omega(t - x/c) + \varphi)$$

Hullámszám: $\bar{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}$

Fázisszög: $(\omega(t - x/c) + \varphi)$

Terjedési sebesség: c

Lineáris frekvencia: f

$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f} = 2\pi \frac{c}{\omega}$$

Körfrekvencia: ω

Hullámszám

Kezdőfázis: φ

Periodusidő: T

Hullámhossz: (λ)

Kezdőfázis: φ

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - \bar{\lambda} x + \varphi)$$

$$y(x, t) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \varphi / 2\pi \right)$$

A terjedési sebesség függése a közeg tulajdonságaitól

A minden irányban igen nagy kiterjedésű, homogén és izotróp rugalmas szilárd testben mind longitudinális, mind transzverzális hullámok terjedhetnek

$$c_{\text{long}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1 - \mu}{(1 + \mu)(1 - 2\mu)}} \quad c_{\text{trans}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1}{2(1 + \mu)}}$$

$$\frac{c_{\text{long}}}{c_{\text{trans}}} = \sqrt{\frac{2(1 - \mu)}{1 - 2\mu}}$$

Poisson-szám: $\mu = -\frac{\Delta d / d}{\Delta l / l}$

Mivel sok anyagra $\mu \approx 1/3$, ezért $c_{\text{long}} \approx 2 \cdot c_{\text{trans}}$. Általánosan, mivel $\mu \leq 1/2$, ezért ugyanabban a szilárd közegben a longitudinális hullámok sebessége nagyobb, mint a transzverzálisoké. Földrengéshullámoknál a kétféle hullám megérkezésének időkülönbségéből meg lehet becsülni a földrengés epicentrumának az észlelés helyétől való távolságát.

A terjedési sebesség függése a közeg tulajdonságaitól

Végtelen hosszú rugalmas (szilárd) rúdban a longitudinális hullám terjedési sebessége:

$$c_{\text{long}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

E a test Young modulusza

Folyadékokban

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}$$

K a folyadék kompressziómodulusa:

$$K = -\frac{p}{\Delta V / V}$$

Gázokban

$$c = \sqrt{\frac{\kappa \cdot p}{\rho}}$$

ideális gáznál

$$c = \sqrt{\kappa \cdot RT}$$

ahol $\kappa = c_p / c_v$ a gáz kétféle (állandó nyomáson és állandó térfogaton mért) fajhőjének hányadosa, R az univerzális gázállandó és T az abszolút hőmérséklet (*Laplace-féle formula*, 1816).

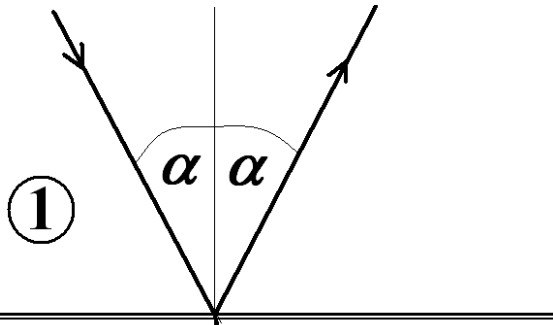
Összehasonlítva, E (szilárd testekben) formálisan K -val (folyadékokban) ill. $\kappa \cdot p$ -vel (gázokban) helyettesítendő a longitudinális hullámok terjedési sebességeinek kifejezésében.

Schallgeschwindigkeiten für Longitudinalwellen in verschiedenen Stoffen und menschlichen Geweben bzw. Substanzen (nach P. N. T. Wells, 1977)

Stoff	Schallgeschwindigkeit v_s	
Granit	20 °C	6000 m · s ⁻¹
Glas	20 °C	5300
Aluminium	20 °C	5080
Blei	20 °C	2200
Neopren Gummi	20 °C	1600
Azeton	20 °C	1190
Luft	20 °C	343
CO ₂	20 °C	276
Wasser	20 °C	1480
Wasser	37 °C	1530
Physiol. Kochsalzlösung	20 °C	1502
Physiol. Kochsalzlösung	37 °C	1570
Blut		1560
Milch		1540
Fettgewebe		1460–1470
Glaskörper des Auges		1515–1535
Muskelgewebe		1550–1630
Knochen		2700–4000
Brust während Lactation		1550–1560
Brust prämenopausal		1490–1550
Brust postmenopausal		1440–1490

**Longitudinális
hullámok
terjedési
sebessége**

A hang visszaverődése és törése

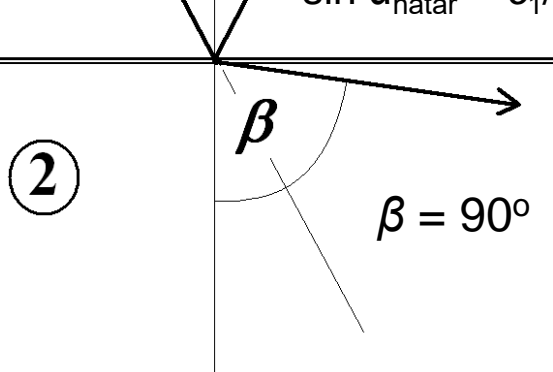
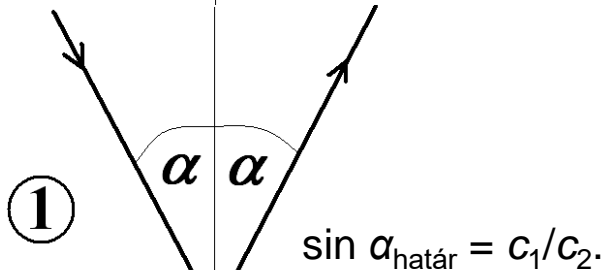
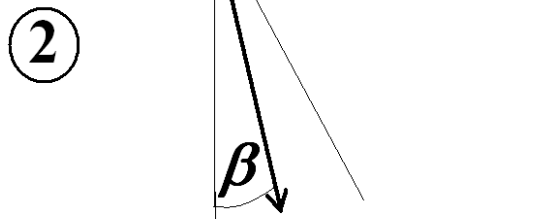


$$\alpha = \alpha_{\text{refl}}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{21} = \text{állandó}$$

A teljes visszaverődés határszöge ($\beta = 90^\circ$):

$$\sin \alpha_{\text{határ}} = c_1/c_2.$$



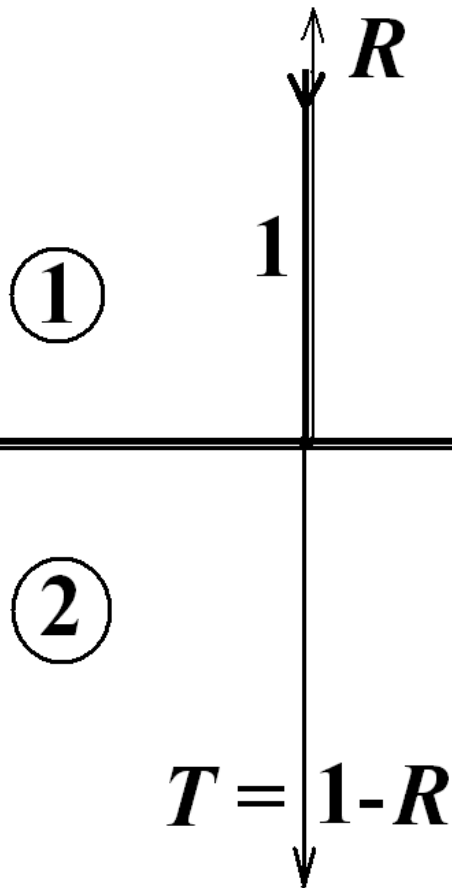
	levegő	víz	bőr
c (m/s)	345	1480	1950
akusztikai sűrűség	nagy	kicsi	nagyon kicsi
határszög, $\alpha_{\text{határ}}$ (fok)	13,5		
		49,4	

Speciális eset: merőleges beesés

$$R = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2$$

$Z = \rho \cdot c$ a közeg *akusztikus ellenállása*
(impedanciája)

Példa: ultrahang irányul levegőből ($Z = 0,43 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) merőlegesen lágyszöveti részek ($Z = 1,6 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) felé. A visszaverődési hányad $R = 0,9994$, azaz a transzmisszió csak $T = 1 - R = 0,06\%$. Ha ellenben vízbázisú cellulóz-zselét, mint *akusztikus csatolóanyagot* ($Z = 1,5 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$) alkalmazunk a transducer és a lágyszöveti rész között, akkor a visszaverődési hányad $R = 0,001$ lesz, azaz $T = 0,999$ hatol be. Több, mint 3 nagyságrend a veszteség, ha nem használunk alkalmas akusztikus csatolóközeget.



Néhány szövetféleség akusztikus impedanciája

Anyag	Akusztikus impedancia, Z (kg·m ⁻² ·s ⁻¹)
Csont	3,75 - 7,38 · 10 ⁶
Izom	1,65 - 1,74 · 10 ⁶
Máj	1,64 - 1,68 · 10 ⁶
Agy	1,55 - 1,66 · 10 ⁶
Zsír	1,35 · 10 ⁶
Vér	1,62 · 10 ⁶
Víz	1,52 · 10 ⁶
Szaruhártya	1,54 · 10 ⁶
Csarnokvíz	1,53 · 10 ⁶
Szemlencse	1,75 · 10 ⁶
Üvegtest	1,53 · 10 ⁶
Ínhártya	1,81 · 10 ⁶
Tüdő	0,26 · 10 ⁶
Levegő	430

(P.N.T. Wells, 1977)

A harmonikus mechanikai hullámok energiája

A harmonikus hullám *energiasűrűségének* időbeli átlaga:

$$\bar{w} = \frac{E_{\text{időátlag}}}{\Delta V} = \frac{1/2 \cdot \Delta m A^2 \omega^2}{\Delta V} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2$$

Sugárzási teljesítmény

$$P = \bar{w} q c$$

Intenzitás (teljesítménysűrűség)

$$I = \frac{P}{q} = \bar{w} c = \frac{1}{2} \rho c A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \rho c v_{\text{max}}^2 = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{max}}^2}{\rho c}$$

Példa. A 100 mW/cm² intenzitású és 3 MHz frekvenciájú ultrahangot közvetítő vízben (sűrűség 10³ kg/m³, terjedési sebesség 1480 m/s) az amplitúdó $A = 2$ nm, a sebesség maximuma $v_{\text{max}} = 3,7$ cm/s, a gyorsulás maximuma $a_{\text{max}} = 7 \cdot 10^4$ g (!) és a nyomás maximuma $p_{\text{max}} = 0,5$ bar.

Az intenzitás távolságfüggése

Pontszerű hullámforrás esetén homogén és izotróp közegben a hullámfrontok a forrással koncentrikus gömbök.



Hullámkeltés + interferencia

$$I = \frac{P}{q} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Objektív hangintenzitás

Hangforrás	P (W)
normális beszéd	10^{-5}
kiáltás	10^{-3}
zongora (maximum)	0,1
autókürt	5
nagy hangszóró	10^2
légoltalmi sziréna	10^3

$$n = 10 \cdot \lg \frac{P_2}{P_1} \quad \text{decibel (dB)}$$

Szubjektív hangerősség, hangosság

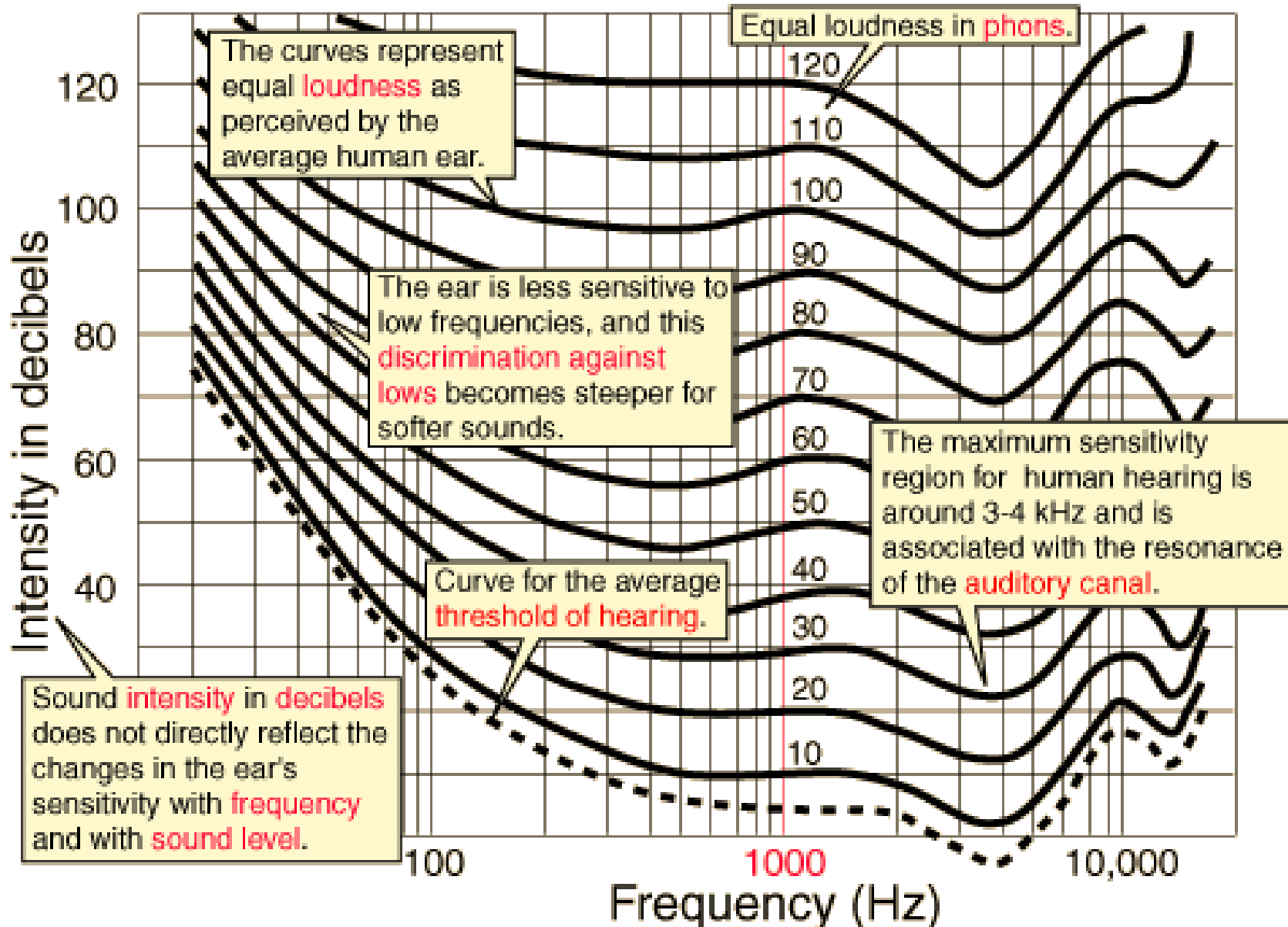
Hangforrás	Szubjektív hangerősség (fón)
hallásküszöb	0
halk falevélsusogás	10
suttogás	20
csendes utca zaja	30
normális beszélgetés	50
kiabálás	80
oroszlánüvöltés közelről	120
fájdalomküszöb	130

$$H = 10 \lg \frac{I}{I_0} \quad \text{phon(fón)}$$

$$H \text{ (fón)} = H_{1 \text{ kHz}} \text{ (dB)}$$

Szubjektív hangerősség, hangosság

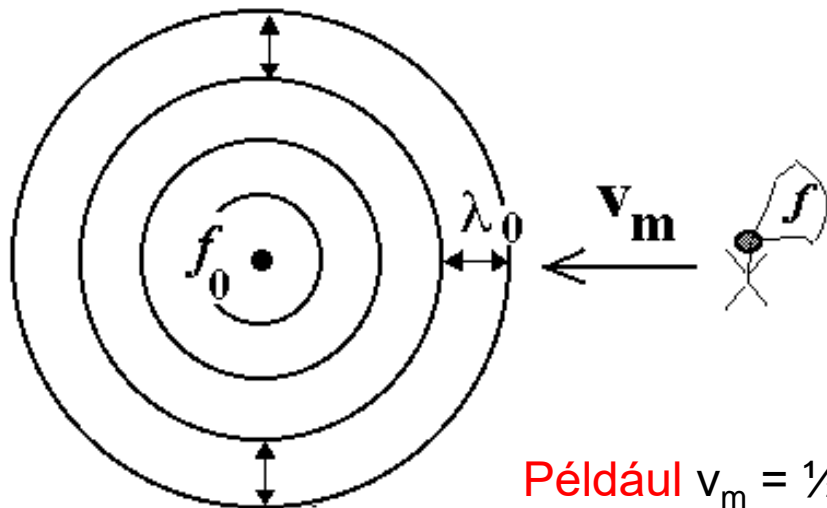
$$H(f \text{ ón}) = H_{1 \text{ kHz}} \text{ (dB)}$$



A Doppler-effektus

a) A hullámforrás nyugszik, és a megfigyelő mozog.

Ha a megfigyelő v_m sebességgel közeledik az álló hangforrás felé, akkor nem csupán a hangforrás által 1 s alatt kibocsátott f_0 rezgésnek megfelelő hullámot fogja fel, hanem ezenkívül még annyi rezgést is, amennyi az 1 s alatti közeledés útszakaszára (azaz v_m -re) esik a $\lambda_0 = c/f_0$ hosszúságú hullámokból, azaz $v_m/\lambda_0 = f_0 \cdot v_m/c$ számút. Ennélfogva a közeledő (+), ill. távolodó (-) megfigyelő által észlelt frekvencia



$$f = f_0 \left(1 \pm \frac{v_m}{c} \right)$$

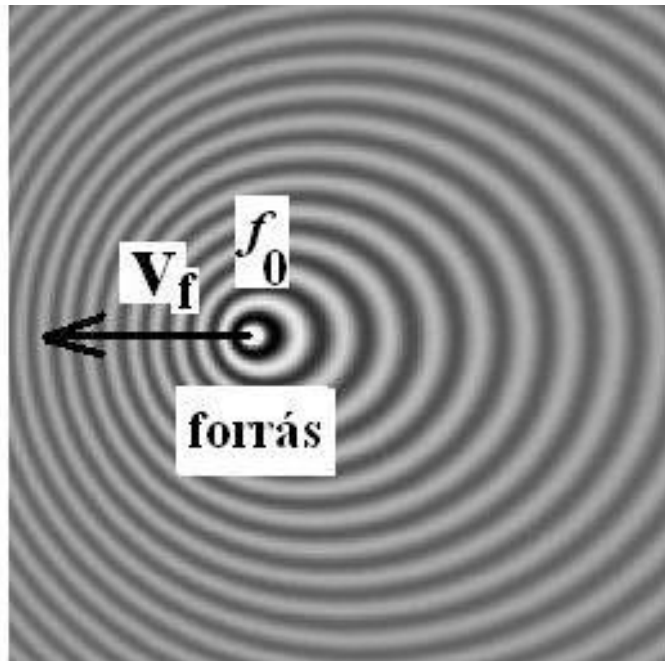
Például $v_m = \frac{1}{2} c$ sebességű közeledésnél (távolodásnál) az észlelt hang frekvenciája megduplázódik (feleződik), azaz a hang magassága egy oktávval emelkedik (csökken)

A Doppler-effektus

b) A hullámforrás mozog, és a megfigyelő áll.

A megfigyelőhöz v_f sebességgel közeledő hangforrás a $t = 0$ időpillanatban sugározza ki a rezgés első fázisát, míg T_0 idő múlva (amikor a hangforrás már $v_f \cdot T_0$ szakasszal közelebb van a megfigyelőhöz) a rezgés utolsó fázisát. Emiatt a hullámhossz a hullámforrás előtt $v_f \cdot T_0$ hosszal (azaz $\lambda_0 - v_f \cdot T_0$ értékre) megrövidül. Mivel azonban a megrövidült hullámok a nyugvó közegben szintén c sebességgel terjednek, ezért az észlelt frekvencia $f = c/(\lambda_0 - v_f \cdot T_0)$. A hullámforrás közeledése (-) ill. távolodás (+) esetén észlelt frekvencia

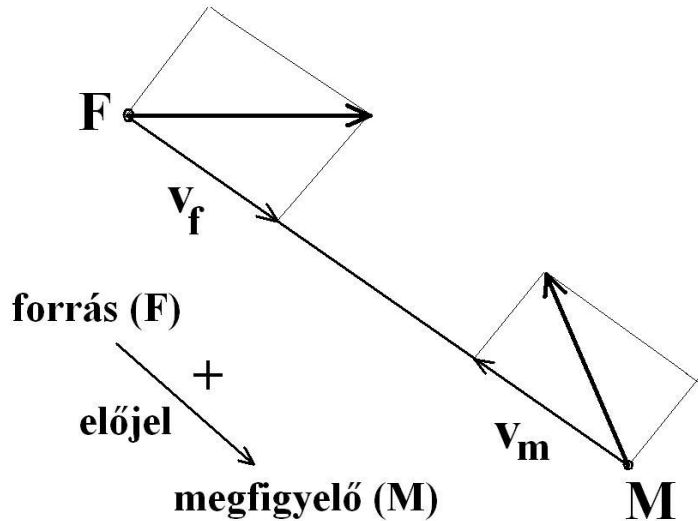
A megfigyelő
nem mozog



$$f = \frac{f_0}{1 \mp \frac{v_f}{c}}$$

A Doppler-effektus

A két kifejezést egyesítő összefüggés:



$$f = f_0 \frac{1 - \frac{v_m}{c}}{1 - \frac{v_f}{c}}$$

Ha az FM távolság nem változik meg (pl. rá merőleges irányúak az elmozdulások), akkor az ilyen mozgás nem hoz létre Doppler-eltolódást.

Az optikai Doppler-effektus (vöröseltolódás)

a fizikai lényegét tekintve különbözik az akusztikai Doppler-effektustól, mert az előbbiben nincs közvetítő közeg („éter”), így csak a forrás és a megfigyelő relatív sebessége (v) számít az optikai Doppler-effektusnál.

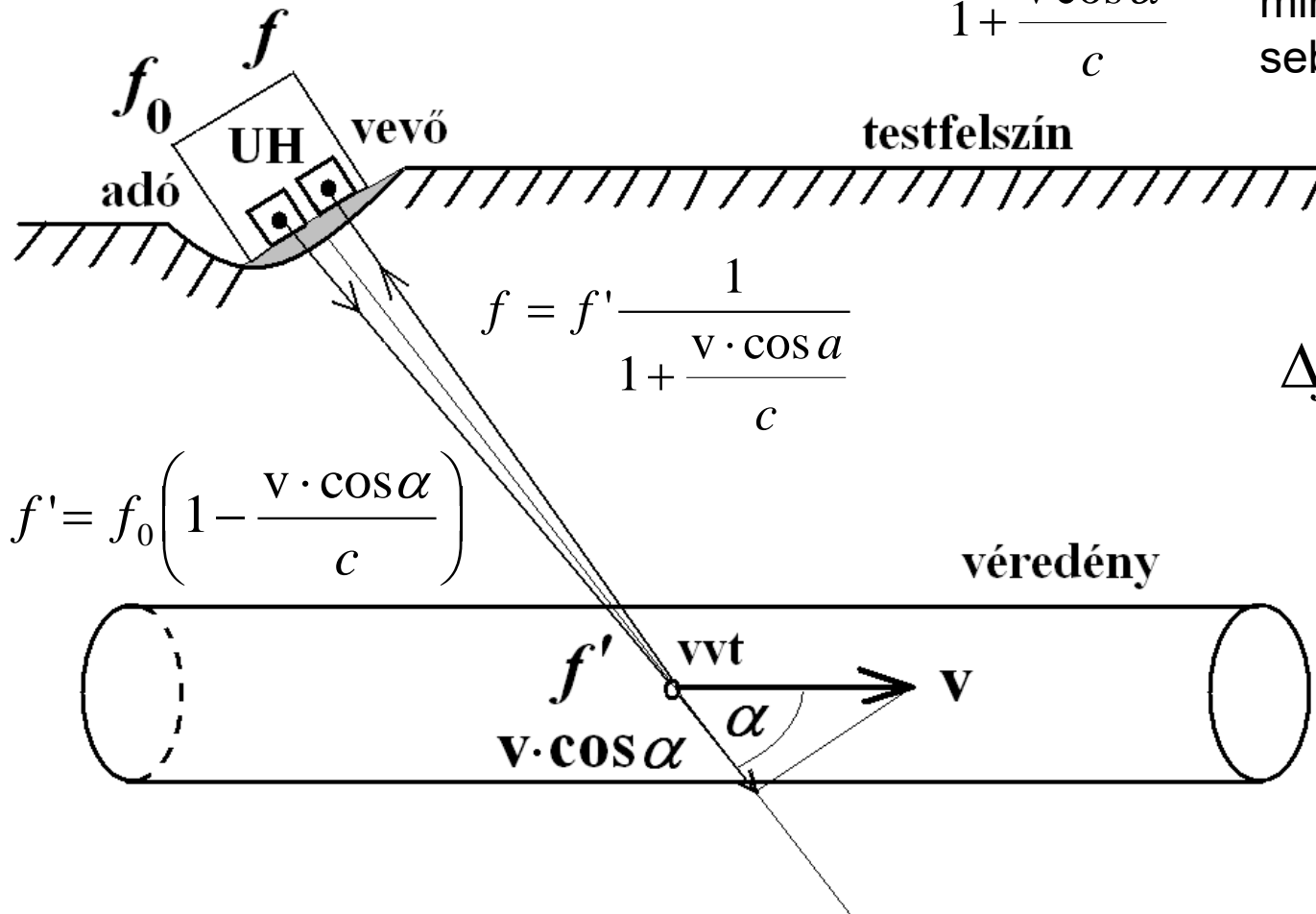
$$f = f_0 \frac{1 \pm \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \text{ha } v \ll c, \quad \text{akkor } f = f_0 \left(1 \pm \frac{v}{c}\right)$$

A vér áramlási sebességének meghatározása a Doppler-elv alapján

A Doppler-eltolódás:

$$\Delta f = f - f_0 = -2f_0 \frac{\frac{v \cos \alpha}{c}}{1 + \frac{v \cos \alpha}{c}}$$

Ha a vvt sebessége nagyságrendekkel kisebb, mint a hang terjedési sebessége ($v \ll c$), akkor



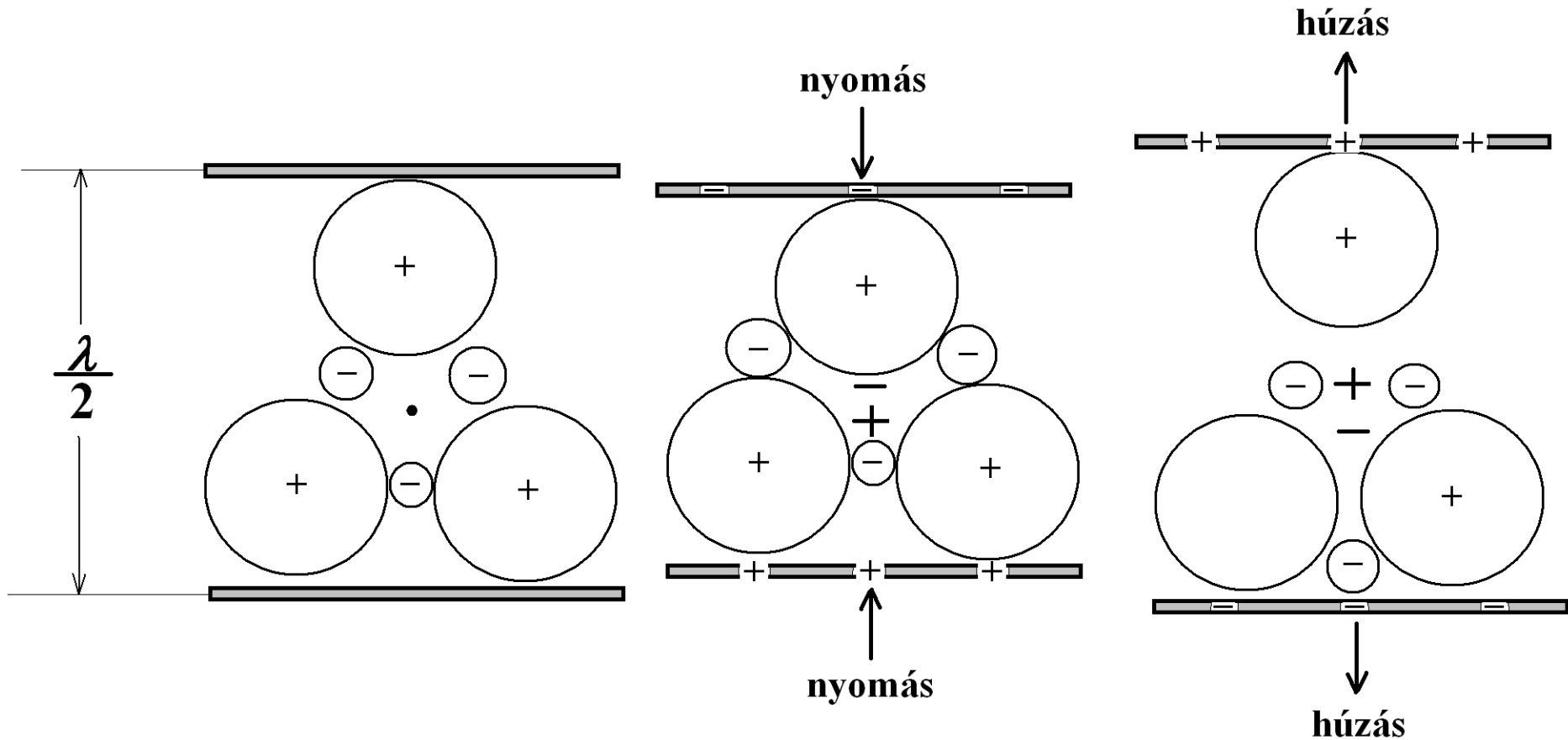
$$f = f' \frac{1}{1 + \frac{v \cdot \cos \alpha}{c}}$$

$$\Delta f = -2f_0 \frac{\cos \alpha}{c} \cdot v$$

$$f' = f_0 \left(1 - \frac{v \cdot \cos \alpha}{c} \right)$$

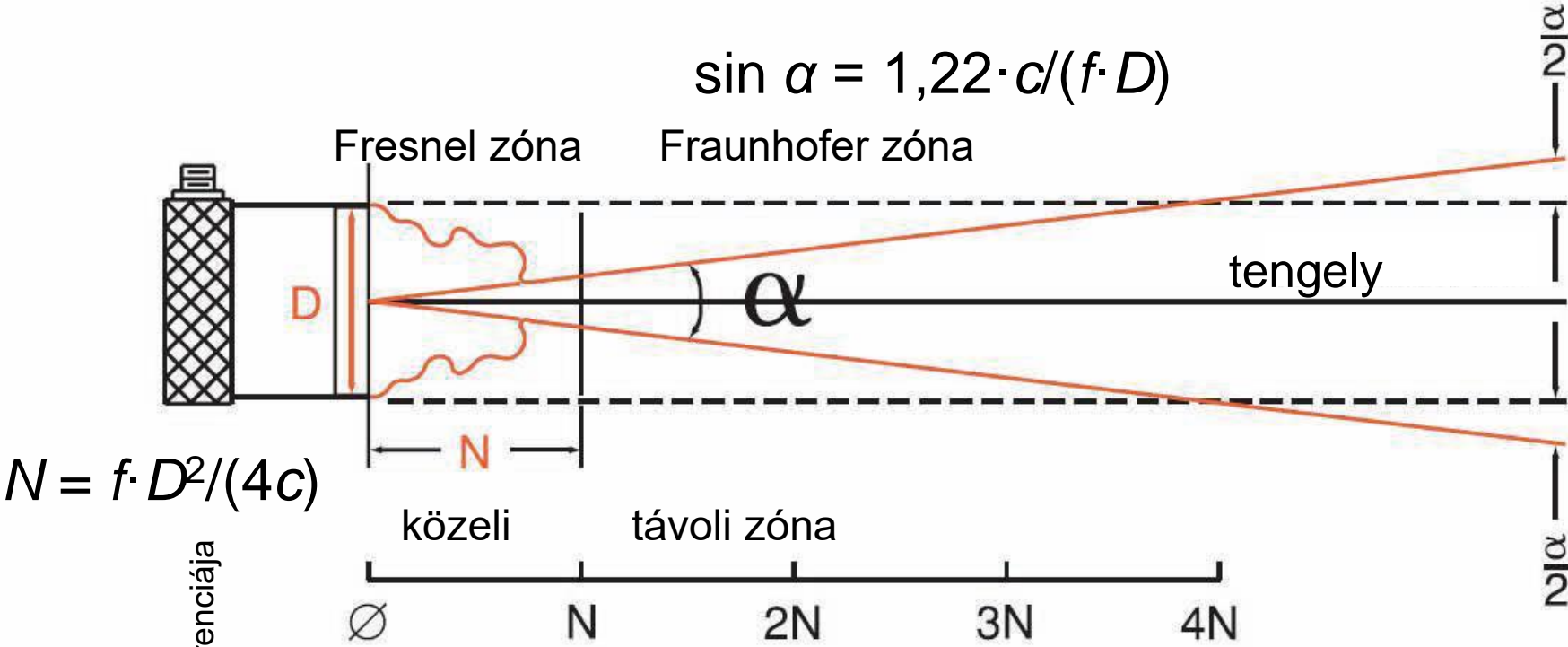
Az ultrahangok keltése

inverz (fordított) piezoelektromos jelenséggel

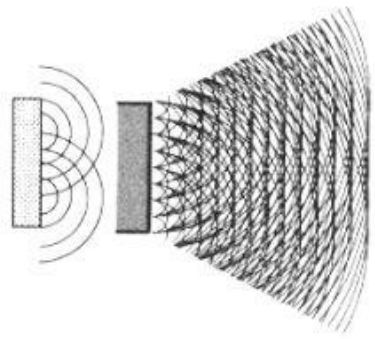


Ha a kristálmetszet vastagsága $\lambda/2$, akkor az alapharmonikus rezgést rezonanciával gerjeszthetjük: az elektródáknál csomópontok, és a kristályban $\lambda/2$ hosszúságú állóhullám alakul ki.

Kiterjedt, D átmérőjű kör alakú, f frekvencián sugárzó ultrahangforrás (transducer) intenzitás- és irányeloszlása



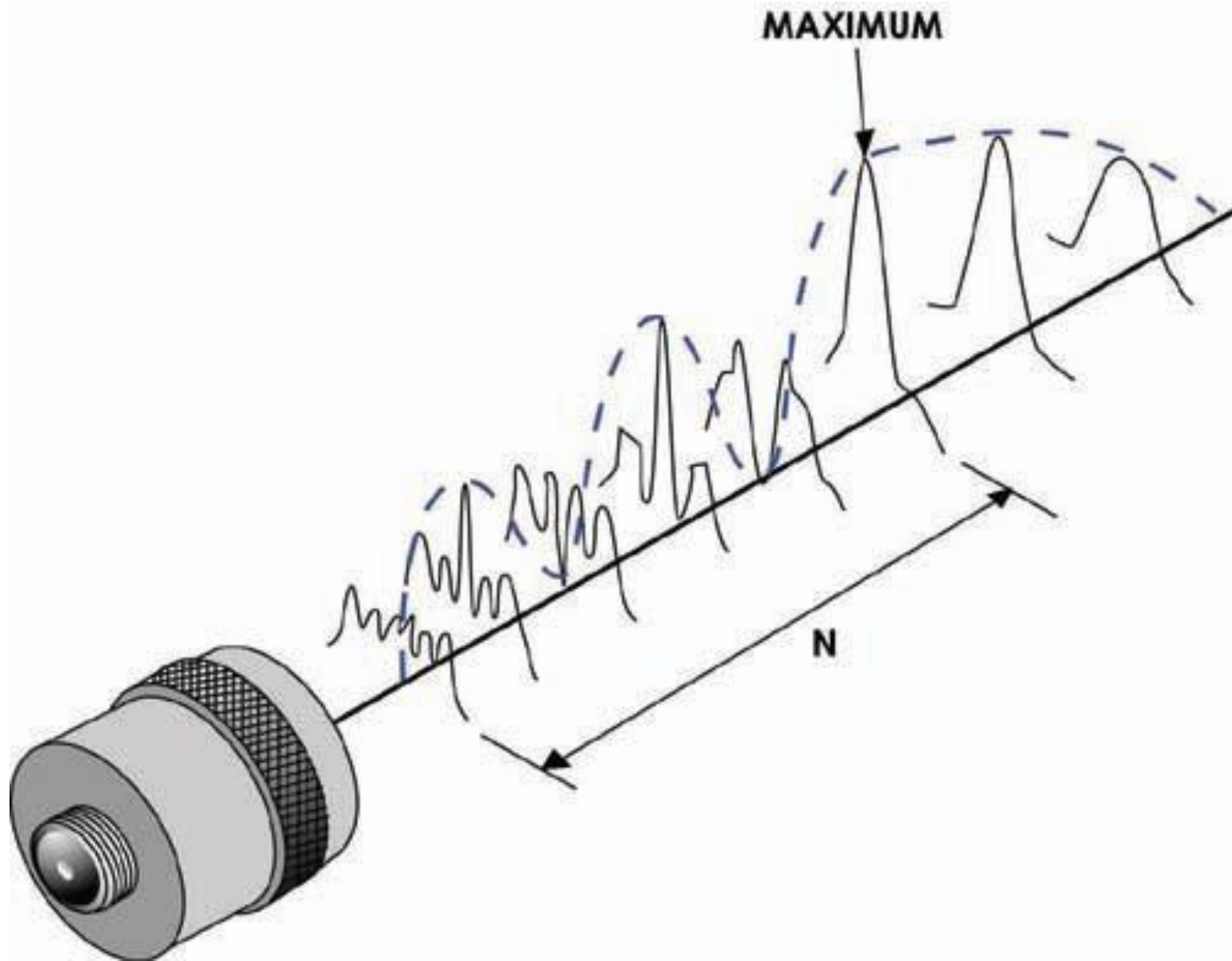
Pontszerű szferikális hullámfrontok interferenciája



f (MHz)	N (cm)	α (fok)
1	1,6	12,3
2	3,2	6,1
5	7,9	2,5

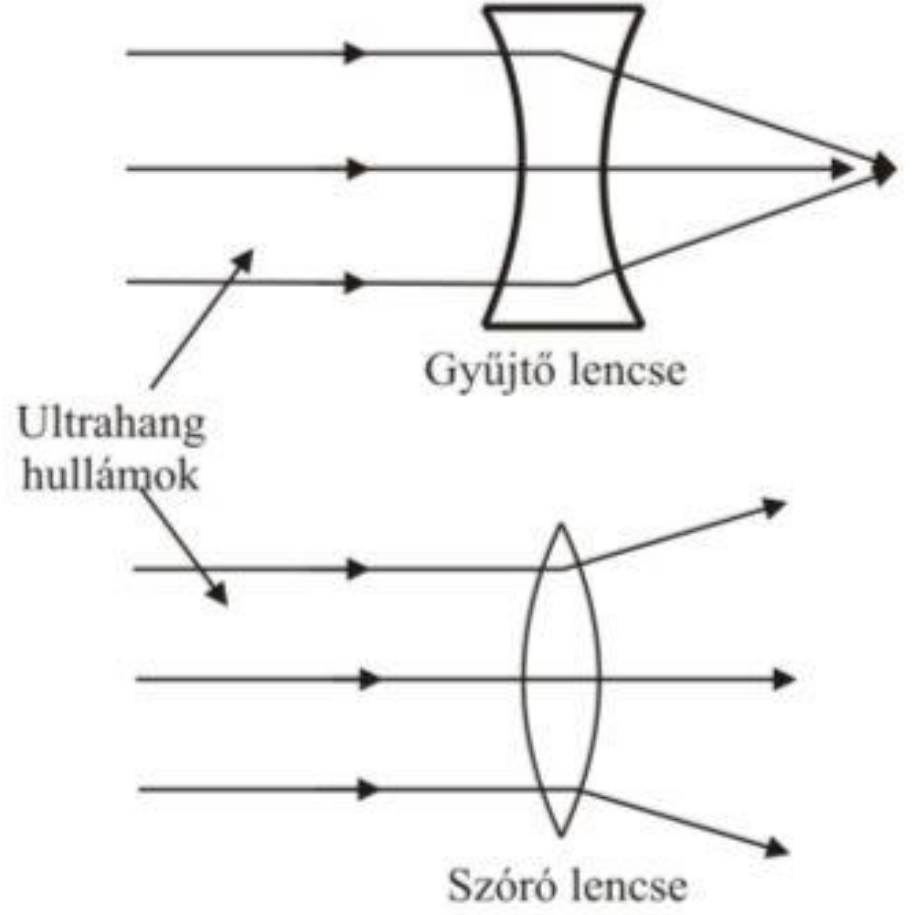
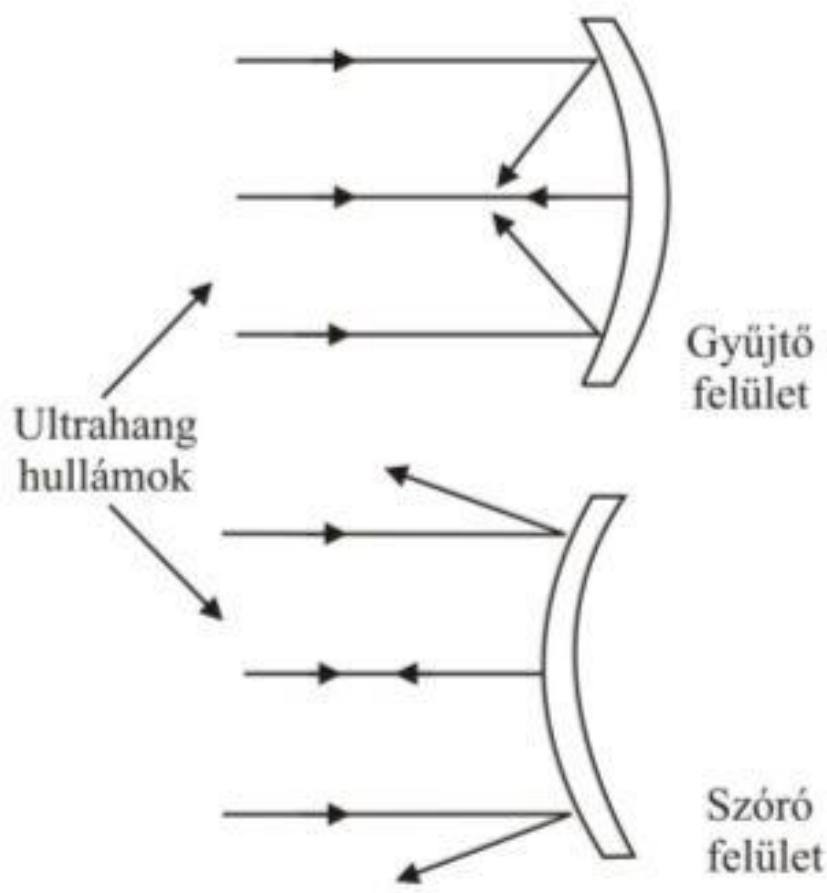
Példa. Lágy szövetben a hang terjedési sebessége $c = 1580$ m/s, és legyen a transducer átmérője $D = 1$ cm!

A tengelyre merőleges irányokban az intenzitás változása

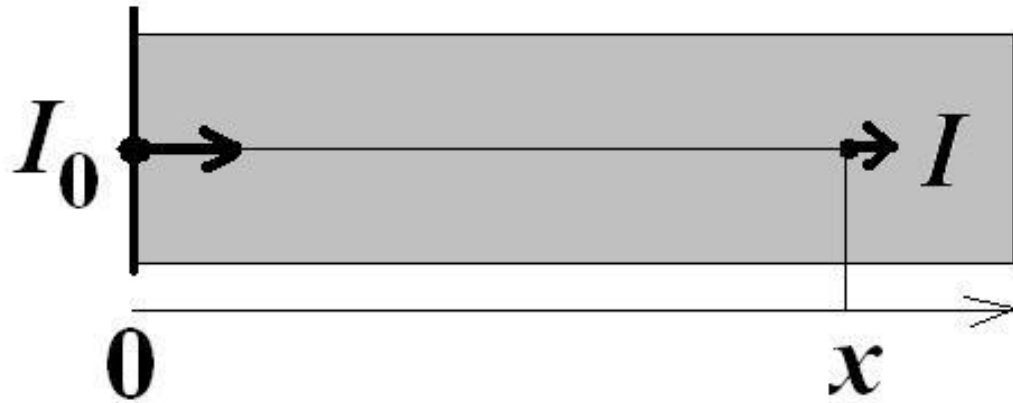


Ultrahang sugárzási terének alakítása (fókuszálása):

akusztikus: tükrök és lencsék
elektronikus: fázis-irányítás



Az ultrahang közegbeli gyengülése: Beer-törvény



A közegbe hatoló UH sugárzás intenzitása a közegbeli veszteségek (szórás, elnyelés stb.) miatt a távolsággal (mélységgel) exponenciálisan csökken:

$$I = I_0 \exp(-\alpha \cdot x)$$

Az ultrahangnak szórás és elnyelés okozta intenzitás-csökkenése: Beer-törvénye

A hang intenzitásának csökkenése annál nagyobb, minél nagyobb az aktuális hangintenzitás $I(x)$. A dI infinitézimális csökkenés homogén anyagban arányos a hang által befutott dx infinitézimális úthosszal. A szórás okozta hangintenzitás-csökkenés:

$$dI \equiv I(x + dx) - I(x) = -\sigma \cdot I(x) \cdot dx$$

Abszorpció általi csökkenés: $dI = -\tau \cdot I(x) \cdot dx$

Összesen: $dI = -(\tau + \sigma) \cdot I(x) \cdot dx$

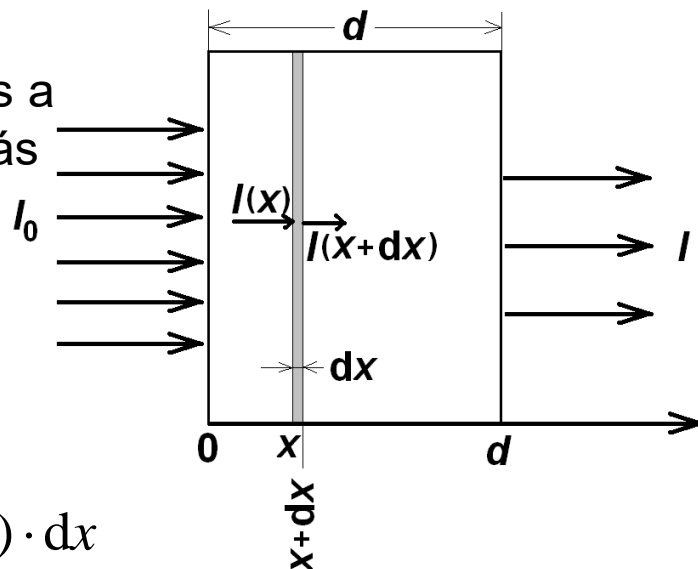
Az egyenlet kiintegrálható $I(x) = I_0 \exp(-(\tau + \sigma) \cdot x)$

A hangintenzitás a kilépésnél

$$I = I_0 \exp(-(\tau + \sigma) \cdot d)$$

A τ abszorpciós együttható és a σ szórási együttható anyagfüggőek, és az egységük m^{-1} . A τ abszorpciós koefficiens arányos az f hangfrekvenciával: $\tau \sim f$

A $(\tau + \sigma)$ mennyiséget **gyengítési együttható**nak hívjuk.



A τ abszorpciós együttható és a $(\tau + \sigma)$ gyengítési együttható néhány emberi szövetben $f = 1$ MHz ultrahangfrekvenciánál

	$\tau + \sigma$ (cm ⁻¹)	τ (cm ⁻¹)
Víz	0,0005	0,0005
Vér	0,03	
Máj	0,17	0,05
Agy	0,18	0,06
Izom	0,3	0,07
Zsírszövet	0,1	
Szem	0,8	0,22
Szemlencse	0,5	
Csont	3	1
Tüdőszövet	7	

Frekvencia-optimum a vér sebességének meghatározására

A Doppler-eltolódás az alkalmazott ultrahang frekvenciájával arányos, azaz minél nagyobb a frekvencia, annál pontosabban lehet a sebességet meghatározni:

$$\Delta f = \text{const}_1 \cdot f$$

A d mélységben levő vvt-ről származó echo I intenzitása az I_0 beeső intenzitásról a távolsággal exponenciálisan csökken:

$$I = \text{const}_3 I_0 \exp(-\alpha \cdot 2d)$$

Lágy szövetekben a diagnosztikus tartományban (2-20 MHz) a veszteségi együtthatók összege (α) a frekvenciával arányosan növekszik:

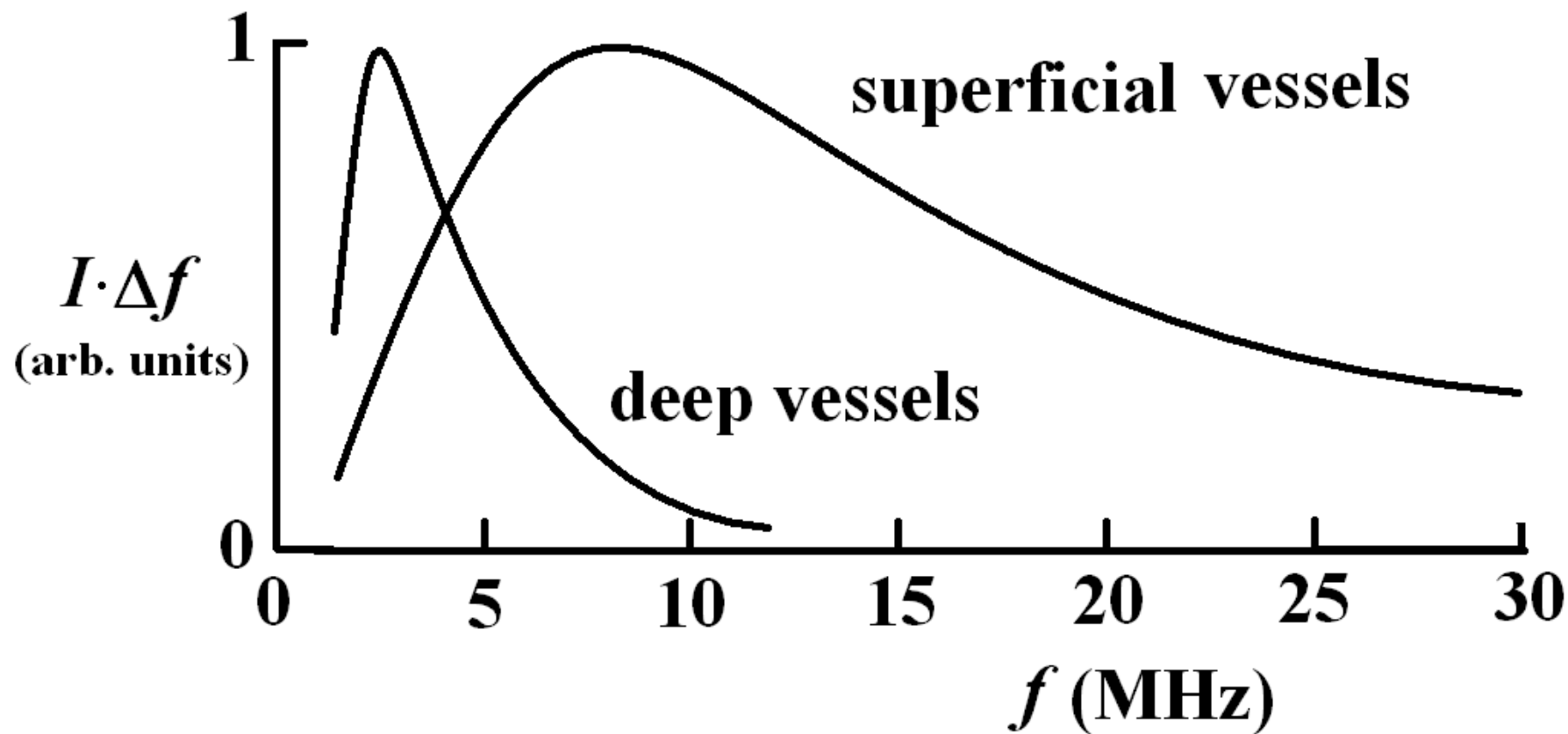
$$\alpha = \text{const}_2 \cdot f$$

Optimális frekvenciának azt fogjuk tekinteni, amelyre az $I \cdot \Delta f$ szorzat maximális. Ennek szükséges feltétele, hogy az $I \cdot \Delta f$ szorzat f szerinti első differenciálhányadosa tűnjön el: $d(I \cdot \Delta f)/df = 0$, amely feltételből:

$$f_{\text{opt}} = \frac{1}{2d \cdot \text{const}_2}$$

Frekvencia-optimum a vér sebességének meghatározására

$$f_{\text{opt}} = \frac{90 \text{ MHz} \cdot \text{mm}}{d}$$



Az ultrahang orvosi alkalmazásai

1 MHz esetén vízben maximum-értékek	$I = 10 \text{ mW/cm}^2$ DIAGNOSZTIKA	$I = 3 \text{ W/cm}^2$ TERÁPIA	Lökéshullám
kitérés: $x = \frac{\sqrt{2I/Z}}{\omega}$	2 nm	35 nm	Ezek a nagy intenzitású lökéshullámok gyakorlatilag egyetlen félhullámból állnak, ezért rájuk szigorúan nem érvényesek a harmonikus hullámokra megadott összefüggések.
relatív megnyújtás: $x \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\sqrt{2I \cdot Z}}{E}$	$8,4 \cdot 10^{-6}$	$1,47 \cdot 10^{-6}$	
gyorsulás: $x \cdot \omega^2 = \omega \sqrt{\frac{2I}{Z}}$	$2 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$	$3,5 \cdot 10^4 \text{ m/s}^2$	
hangnyomás: $E x \frac{2\pi}{\lambda} = \sqrt{2I \cdot Z}$	$2 \cdot 10^4 \text{ Pa}$	$3,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	40 MPa (!)

Feladatok házi és/vagy szemináriumi feldolgozásra

- 1) Mekkora a normál (kamarai) „egy-vonásos a” hang („bécsi „a”, 440 Hz) hullámhossza levegőben és vízben? Mekkora az ugyanezen értékek a magyar „a” hangra (435 Hz)? Mit tapasztalnánk, ha a zenekar erre a két „a” hangra hangolna?
- 2) A normál „egy-vonásos a” hang 440 Hz frekvenciájából kiindulva mekkora az „egy-vonásos c” hang frekvenciája a 12 hangból álló, „egyenletesen temperált” kromatikus hangsorban (amely főleg Bach zeneművei óta (1720) terjedt el)?
- 3) Mekkora a 80 cm hosszú nyitott, illetve zárt síp alaphangjának rezgésszáma?
- 4) Milyen frekvenciájú hangok erősödnek fel az emberi fül 2,5 cm hosszú külső hallójáratában, és csökkentik ezzel kissé a hallásküszöböt?
- 5) A bálnák nagyon érzékenyek az alacsony frekvenciájú víz alatti hangokra. Mekkora lehet a külső hallójáratának valószínűsíthető hossza, ha a hallásának érzékenységi maximuma 100 Hz?
- 6) A delfin 60 kHz frekvenciájú és 30 mW teljesítményű ultrahang-impulzusokkal térképezi fel a cápa mozgását. A cápa helyén az ultrahang intenzitása $1,5 \cdot 10^{-5}$ W/m². Mekkora a cápa és a delfin közötti távolság? Mekkora a cápa körüli vízmolekulának az ultrahang hatására történő elmozdulás-maximuma (amplitúdója)?
- 7) A kutyáknak nagyon kifinomult a hallásuk: a hallásküszöb $1 \cdot 10^{-15}$ W/m². Milyen intenzitásúnak hallják azt a hangot, amelyet az ember 50 dB-nek érez?
- 8) Három, egyenként 20 dB hangosságú hangforrás egyszerre szól. Mekkora lesz a hangérzet erőssége?

Feladatok házi és/vagy szemináriumi feldolgozásra

- 9) A középfül a dobhártyára érkező hangnyomást 20-szorosára (a hangintenzitást 400-szorosára) erősítve továbbítja a belső fül ovális ablakára. Hány dB-lel növekedne a hallásküszöb a középfül funkciójának kiesése miatt?
- 10) A pályaudvaron 10 m/s sebességgel szerelvény halad át, amelyre a mozdony 100 dB erősségű és 1 kHz frekvenciájú sípja figyelmeztet. A peronon a sínpártól 1 m-re állva mekkorának észleljük a hang erősségének és magasságának csökkenését a mozdony elhaladása után 5 másodperccel?
- 11) A denevér állandó frekvencián (80 kHz) üvöltöz, miközben elrepül egy fal mellett. A visszaverődött hangot 83 kHz-nek észleli. Milyen gyorsan repül?
- 12) Mekkora sugárirányú sebességgel távolodik tőlünk az a csillag, amelynek színeképében a nátrium 589,6 nm hullámhosszú vonalára 592,0 nm érték adódik? A fény terjedési sebessége $3 \cdot 10^8$ m/s.
- 13) Két, egyenlő amplitúdójú és egyirányba terjedő hang hullámhossza levegőben 72,0 cm és 77,2 cm. Hallunk-e lebegést?
- 14) Egy 1 cm átmérőjű kör alakú ultrahang-forrás vízben 1 MHz frekvencián sugároz. Mekkora lesz 4 cm távolságban az ultrahang-nyaláb átmérője?
- 15) Mekkora a törésszöge annak az ultrahang-hullámnak, amely 12° szög alatt esik a levegő ($c_{\text{levegő}} = 343$ m/s) – izomszövet ($c_{\text{izom}} = 1590$ m/s) határfelületre?
- 16) Mekkora az ultrahang visszaverődési és áthatolási aránya izomszövet ($Z = 1,7 \cdot 10^6$ kg·m⁻²·s⁻¹) és zsírszövet ($Z = 1,35 \cdot 10^6$ kg·m⁻²·s⁻¹) határán?
- 17) Gyűjtik vagy szórják az ultrahang-sugarakat a vízben levő légbuborékok, azaz gyűjtő- vagy szórólencseként működnek?

- 18) Mekkora az 1 MHz frekvenciájú ultrahang behatolási mélysége tüdőszövetbe (7 cm^{-1}), csontba (3 cm^{-1}), izomba ($0,3 \text{ cm}^{-1}$) és vérbe ($0,03 \text{ cm}^{-1}$)? Zárójelben az abszorpciós (elnyelési) és szórási veszteségi együtthatók összege szerepel.
- 19) A máj 10 cm mélységi metszetét vizsgáljuk 1 MHz frekvenciájú és 1 W/cm^2 intenzitású ultrahanggal. A besugárzás 10 s-ig tart. Mennyire melegedhet fel a vizsgált terület? A májban az abszorpciós (elnyelési) és szórási veszteségi együtthatók összege $0,17 \text{ cm}^{-1}$, és tekintsük a májat hőtani szempontból víznek, azaz a hőkapacitása $4,2 \text{ J/gK}$.
- 20) A szemészetben a szürkehályog-műtét során szükség lehet a műanyaglencse helyes beültetésének ellenőrzésére, amit egyszerű ultrahang-echo kísérettel lehet megtenni („A-kép-technika”). A szaruhártya elülső oldalát mechanikai kontaktusba hozzuk egy piezoelektromos ultrahang adó/vevővel, és a szem belső felületeiről visszavert jeleket oszcilloszkóp képernyőjén figyeljük. A következő jeleket láthatjuk. „A” – kezdőecho, amely az adó és a kontaktfolyadék határfelületéről származik, „B” – a szaruhártya elülső és hátsó felületeiről visszaverődött kettős (nehezen elkülönülő) echo, „C” és „D” – a szemlencse elülső és hátsó felületeiről származó echo és „E” – a szemgolyó hátsó faláról történő visszaverődés. Mekkora a szemgolyó hossza, ha a „B” és „E” echók közti idő-távolság $30 \mu\text{s}$, és a szemben a hang terjedési sebessége 1600 m/s ?
- 21) Szürkehályog műtéteknél a homályossá vált szemlencsét alacsony frekvenciájú (23 kHz), nagy intenzitású (1 kW/cm^2) és a magnetostrikció elvén működő ultrahang-forrással emulzifikálják, majd a cornea és a sclera között ejtett metszési nyíláson az emulziót leszívják. Mekkora az alkalmazott ultrahangforrás amplitúdója? A szemlencse akusztikus impedanciája $1,75 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$.