



Orvosi Fizika 1.



Áramlástan az orvostudományokban

Peták Ferenc

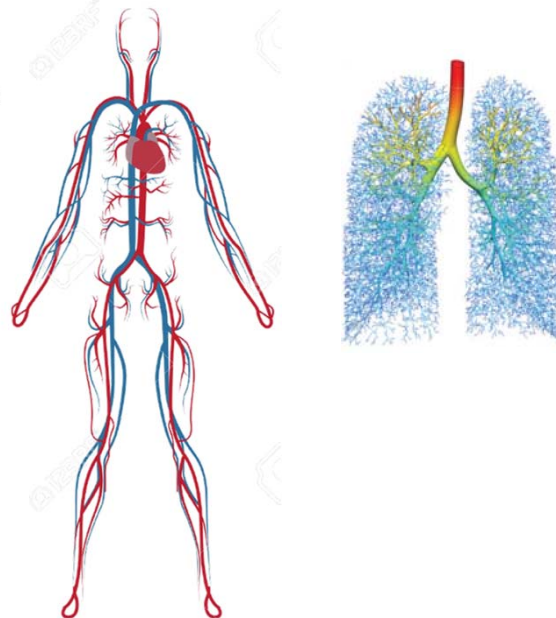
Intézetvezető egyetemi tanár

Orvosi Fizikai és Orvosi Informatikai Intézet
Szegedi Tudományegyetem
2020



Áramlásban: orvosi vonatkozások

- Testtömegünk ~2/3 része víz
- Ennek ~1/3 része sejten kívül, állandó mozgásban
- Vérkeringés
 - artériás rendszer
 - kapilláris rendszer
 - vénás rendszer
- Nyirokkeringés
- Egyéb testnedvek mozgása
 - Csarnokvíz, vizelet, epe stb.
- Naponta ~10 000 liter gáz mozog ~20 000x a tüdőben
 - Felső, alsó, perifériás légutak



Az emberi test tömegének több mint a fele víz, felnőtt férfiaknál ~60%, nőknél – a nagyobb testzsír-százalék miatt - 50%, míg a csecsemőknél ~70%. Ennek 34%-a sejten kívüli, 66%-a sejten belüli víz. A felnőtt ember sejtjei mindösszesen kb. 28 liter folyadékot tartalmaznak. A sejten kívüli víztér egy része az érpályán belül állandó mozgásban van, másik része az érpályán kívül helyezkedik el. Az érpálya 3 részre osztható: az artériás, a kapilláris és a vénás rendszer. Áramlásban szempontból a keringési rendszeren kívül a tüdőben ciklikusan áramló gáz, a vénás keringést kiegészítő nyirokkeringés és egyéb testnedvek mozgása (pl. csarnokvíz, vizelet, epe) is fontos szerepet játszanak az emberi szervezet működésében. Ezek megértéséhez és működésük befolyásolásához (kezelés, megelőzés) az áramlásban ismeretek elengedhetetlenek.

Érdekes áramlásban tények az emberben:

Pulzustérfogat: 51-52 ml/m², azaz kb. 70 ml egy felnőtt emberben. 60/perc szívfrekvenciával számolva ez ~6000 liter/nap (6 m³/nap) keringő vért jelent az érrendszerben!

Légzési térfogat: 7 ml/kg, azaz kb. 500 ml egy felnőtt emberben. 12-14/perc légzési frekvenciával számolva ez ~10 000 liter/nap (10 m³/nap) ciklikusan áramló gázt jelent a tüdőben!



Tanulási célkitűzések

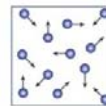
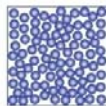
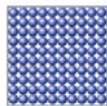
- 1. Milyen anyagállapotok fordulnak elő az élő szervezetben, hogyan írhatók le a jellemzőik?**
 - Az anyag 3 állapota
 - Nyomás, térfogat, sűrűség, térfogati áramerősség-áramsűrűség fogalma, mérése, mértékegységek
- 2. Milyen törvényszerűségekkel írható le a folyadékok/gázok áramlása az életfolyamatokban?**
 - Véráramlás sebességviszonyai: Kontinuitás egyenlet
 - Folyadékok/gázok dinamikája: Bernoulli-törvény
- 3. Mik a réteges (lamináris) és az örvénylő (turbulens) áramlások élettudományi vonatkozásai?**
 - Lamináris és turbulens áramlások ér- és légzőrendszerben
 - Vérnyomásmérési elvek (Riva-Rocci és Korotkov módszer, oszcillometriás elv)
- 4. Milyen áramlási veszteségek jelentkeznek az élő szervezetben?**
 - Newton-féle súrlódási törvény és a viszkozitás
 - Hagen–Poiseuille-törvény és az áramlási ellenállás
 - Csövek soros és párhuzamos kapcsolása
 - Vazodilatáció és vazokonstrikció jelentősége
 - Newtoni folyadékok és a vér, mint nem Newtoni folyadék
- 5. Hogyan jellemezhető az alakos elemek mozgása folyadékban?**
 - Stokes-törvény
 - Vörösvértest süllyedés, spermatoocita motilitás
- 6. Mi a felületi feszültség és a falfeszülés orvosi jelentősége?**
 - Laplace-törvény
 - Alveolusok nyitvatartása, aneurizma, szívtágulat

Az áramlástan orvostudományi vonatkozásai 6 témakörbe foglalva kerülnek taglalásra.

1. Bevezetésképp tisztázzuk, hogy milyen anyagállapotok fordulnak elő az élő szervezetben és hogyan írhatók le a jellemzőik.
2. Az alapfogalmak taglalása után megvizsgáljuk, hogy milyen törvényszerűségekkel írható le a folyadékok/gázok áramlása az életfolyamatokban.
3. Ezt követően áttekintjük a réteges (lamináris) és az örvénylő (turbulens) áramlások élettudományi vonatkozásait, melynek fontos vonatkozása a vérnyomásmérési elvekben mutatkozik meg (Riva-Rocci és Korotkov módszer, oszcillometriás elv).
4. Elemezzük ezt követően az élő szervezetben jelentkező áramlási veszteségeket, különös tekintettel a súrlódásra és viszkozításra és az az áramlási ellenállásra.
5. Megvizsgáljuk hogyan jellemezhető az alakos elemek mozgása folyadékban, ami a vér áramlástan tulajdonságainak megértésében nyer jelentőséget.
6. Végül a felületi feszültség és a falfeszülés orvosi jelentőségét tárjuk fel, mely jelenség a légzőhólyagok nyitvatartásában és különböző érrendszeri elváltozások hátterében nyer jelentőséget.



1. Alapfogalmak: az anyag 3 állapota



	Szilárd	Folyadék	Gáz
Részecskék összetartó erő	Erős kölcsönhatás	Vonzó jellegű, kis hatótávú, erős molekuláris erők	erőhatás nincs (ideális gáz)
Részecskék mozgása	rezgőmozgás	elgördülnek egymáson	Folyamatos, rendezetlen (Brown)
Alak, térkitöltés	Alaktartó, állandó térfogat	Tárolóedény alapját veszik fel, részben térkitöltő	Mindig kitöltik a rendelkezésre álló teret
Összenyomhatóság	Részecskék közötti taszítás miatt összenyomhatatlan		Összenyomható, részecskék közelednek

A középiskolai tananyag rövid ismétléseként röviden áttekintjük az anyag három állapotára jellemző legfőbb tulajdonságokat. Ezek az állapotok mind előfordulnak az élő szervezetben. Áramlástan szempontból a folyadék állapotnak van kiemelt jelentősége. A gázok speciális tulajdonságaitól (pl. összenyomhatóság) a légzőrendszerben legtöbbször eltekinthetünk (kivéve néhány speciális esetet, mint pl. kompresszibilis volumen csecsemők vagy gyermekek pozitív nyomású lélegeztetésénél).



1. Alapfogalmak: alapmennyiségek

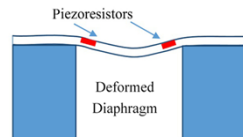
Nyomás (P): nyomóerő (F) és az általa nyomott felület hányadosa

P:= F/A [N/m² = Pa] [Tor] [Hgmm] [H₂Ocm] [PSI]

Mérés, piezorezisztív mérőátalakító: félvezető vagy fém elektromos ellenállása mechanikai feszültség hatására változik (Ohm törvény)

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

ρ : fajlagos ellenállás



Térfogat (V): helyfoglalás a térben [m³] [Liter]

Térfogattartók: szilárd, folyadék

Mérés: közvetlen, vízkiszorítás

Térkitöltő: gáz

Mérés: közvetlen (harangos spirometer), közvetve áramlás integráltja

Az áramlástan alapfogalmainak fontos részét képezik az alapmennyiségek, melyek nagy része korábbi tanulmányokból ismertek.

A nyomás (P) a nyomóerő (F) és az általa nyomott felület hányadosaként definiálható: $P := F/A$
Mértékegysége N/m² = Pa, Tor, higany milliméter (Hgmm) víz centiméter (H₂Ocm), angolszász világban font/négyzet hüvelyk (PSI).

A nyomás mérése piezorezisztív mérőátalakítóval kivitelezhető. Ebben félvezető vagy fém elektromos ellenállása mechanikai feszültség hatására változik, és a deformációval arányos ellenállásváltozásból a nyomás kalibráció után az Ohm törvény alkalmazásával meghatározható.

A térfogat azt adja meg, hogy egy adott folyadék vagy gáz mekkora helyet foglal a térben. Mértékegysége m³ vagy liter. A szilárd anyagok és folyadékok térfogattartók, ezek térfogatának mérése történhet közvetlenül vagy vízkiszorítás elvén. A gázok térkitöltők, ezek térfogatát az orvostudományban harangos spirométerrel vagy az áramlás integrálásával számíthatjuk.



1. Alapfogalmak: alpmennyiségek

Sűrűség (ρ): egységnyi térfogatra jutó tömeg

$$\rho = m / V \text{ [kg/m}^3\text{] [g/cm}^3\text{]}$$

Térfogati áramerősség (áramlási sebesség): egységnyi idő alatt átáramlott folyadék térfogata

$$I := dV / dt \text{ [m}^3\text{/s] [l/s] [l/perc]}$$

Mérése:

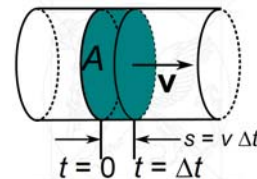
- Termodilúció (vérkeringési percérfogat $V \rightarrow A$)
- UH Dopler (véráramlás nagy erekben)
- Pneumotachográf, turbina, UH (gáz áramlás légutakban)

Csőben:

$$I = dV/dt = As/dt = Avdt/dt = Av$$

Térfogati áramsűrűség (fluxus): egységnyi felületre eső térfogati áramerősség

$$J := dI / dA \text{ [m/s] [l/s/m}^2\text{] [l/perc/m}^2\text{]}$$



A sűrűség (ρ) az egységnyi térfogatra jutó tömeg. Mértékegysége kg/m^3 vagy g/cm^3

A térfogati áramerősség az áramlási sebességgel analóg alpmennyiség, és az egységnyi idő alatt átáramlott folyadék térfogatát adja meg. Mértékegysége m^3/s , l/s vagy l/perc . Mérése orvosi környezetben történhet termodilúció módszerével, mellyel a vérkeringési percérfogatot lehet meghatározni. A módszer lényege, hogy hideg oldat bolus befecskendezését követő átmeneti hőmérséklet-változás tükrözi a keringő vér áramlási sebességét. Mérése ezen kívül történhet ultrahangos Dopler elven is, ami a vér alakos elemeiről visszaverődő hang frekvencia-eltolódásán alapul. Légutakban a gáz áramlási sebessége mérhető ún, szita pneumotachográfal, turbínás spirométerrel vagy ultrahangos elven is.

A térfogati áramsűrűség vagy fluxus az egységnyi felületre eső térfogati áramerősséget adja meg. Mértékegysége ennek megfelelően m/s , l/s/m^2 vagy l/perc/m^2 .



Tanulási célkitűzések

- 1. Milyen anyagállapotok fordulnak elő az élő szervezetben, hogyan írhatók le a jellemzőik?**
 - Az anyag 3 állapota
 - Nyomás, térfogat, sűrűség, térfogati áramerősség-áramsűrűség fogalma, mérése, mértékegységek
- 2. Milyen törvényszerűségekkel írható le a folyadékok/gázok áramlása az életfolyamatokban?**
 - Véráramlás sebességviszonyai: Kontinuitás egyenlet
 - Folyadékok/gázok dinamikája: Bernoulli-törvény
- 3. Mik a réteges (lamináris) és az örvénylő (turbulens) áramlások élettudományi vonatkozásai?**
 - Lamináris és turbulens áramlások ér- és légzőrendszerben
 - Vérnyomásmérési elvek (Riva-Rocci és Korotkov módszer, oszcillometriás elv)
- 4. Milyen áramlási veszteségek jelentkeznek az élő szervezetben?**
 - Newton-féle súrlódási törvény és a viszkozitás
 - Hagen–Poiseuille-törvény és az áramlási ellenállás
 - Csövek soros és párhuzamos kapcsolása
 - Vazodilatáció és vazokonstrikció jelentősége
 - Newtoni folyadékok és a vér, mint nem Newtoni folyadék
- 5. Hogyan jellemezhető az alakos elemek mozgása folyadékban?**
 - Stokes-törvény
 - Vörösvértest süllyedés, spermatoocita motilitás
- 6. Mi a felületi feszültség és a falfeszülés orvosi jelentősége?**
 - Laplace-törvény
 - Alveolusok nyitvatartása, aneurizma, szívtágulat

Az alapfogalmak taglalása után a következő fejezetben megvizsgáljuk, hogy milyen törvényszerűségekkel írható le a folyadékok/gázok áramlása az életfolyamatokban.



Folyadékok áramlását leíró törvényszerűségek



A szilárd test mozgásegyenletei egyszerű algebrai kifejezéssel írható le (pl $v = v_0 + at$), mivel a test minden egyes molekulájának mozgásváltozása mindig egy erő közvetlen következményeként írható le. Ezzel szemben a folyadékmolekulák mozgása lényegesen összetettebb, ezek molekulái az eredő erő vagy nyomás grádiens irányához képest akár merőlegesen is mozoghatnak (pl. turbulencia). Ezért a folyadékok mozgásegyenletei, az ún. Navier–Stokes-egyenleteknek nevezett parciális differenciálegyenletek bonyolult halmazai.

A folyadékáramlást leíró egyenletek megoldása matematikailag akkora kihívást jelent, hogy a Clay Mathematics Institute által egymillió dolláros jutalomra jogosult hét „Millenniumi Díj-probléma” egyikének választották:

https://hu.wikipedia.org/wiki/Millenniumi_probl%C3%A9m%C3%A1k



Folyadékok mechanikája: alapegyenletek

Tömegmegmaradás törvénye (kontinuitás):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u_z)}{\partial z} = 0$$

Energiamegmaradás törvénye (Bernoulli egyenlet):

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = f(x)y^n$$

Lendületmegmaradás törvénye (Navier-Stokes egyenletek):

$$\rho \left(\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)$$

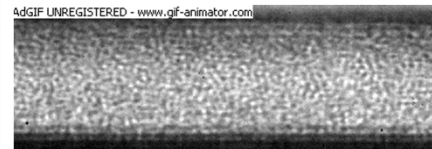
$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y + \mu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \left(\frac{\partial W}{\partial t} + U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \mu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right)$$



Egyszerűsítések:

- Stacionárius (időben állandó)
- Összenyomhatatlan (ρ konstans)
- Lamináris áramlás (csak tengelyirár



A folyadékok mechanikájának alapegyenletei az adott tartományban az áramlást leíró sebességmezőt írják le. Az áramlástan alapegyenletei a mechanika törvényeit adaptálják folyadékokra és gázokra:

- Tömegmegmaradás törvénye (kontinuitás)
- Energiamegmaradás törvénye (Bernoulli egyenlet)
- Lendületmegmaradás törvénye (Navier-Stokes egyenletek). A Navier-Stokes egyenletek pl. másodrendű parciális differenciálegyenletek csoportjába tartoznak.

Az egyenletek drámai módon egyszerűsíthetők bizonyos feltételek esetén, melyek az emberi testben jórészt teljesülnek:

- Stacionárius (időben állandó)
- Összenyomhatatlan (ρ konstans)
- Lamináris áramlás (csak tengelyirányú áramlási mező örvények nélkül)

A következőkben ezek az egyszerűsített formák kerülnek taglalásra.



2. Törvényszerűségek - Kontinuitás egyenlet

Tömegmegmaradás törvénye folyadékok stacionárius áramlására

$$\Delta m_1 = \rho_1 V_1 = \rho_1 \overbrace{A_1 \Delta x_1}^{V_1} = \rho_1 A_1 \overbrace{v_1 \Delta t}^{\Delta x_1}$$

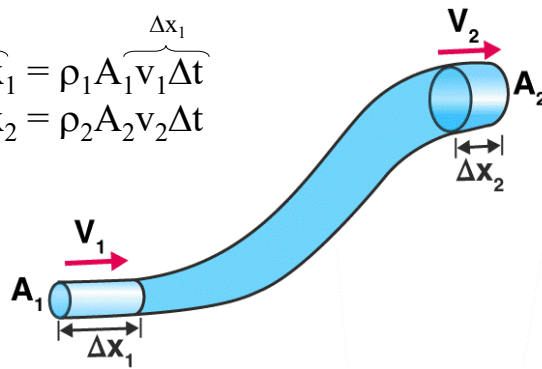
$$\Delta m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 A_2 \Delta x_2 = \rho_2 A_2 v_2 \Delta t$$

$$\Delta m_1 = \Delta m_2$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

Ha ρ állandó:

$$\boxed{A_1 v_1 = A_2 v_2}$$



- A térfogati áramerősség állandó a cső bármely pontján ($I = Av$)
- Összenyomhatatlan közeg áramlása esetén a cső bármely keresztmetszetén időegység alatt ugyanakkora térfogatú közeg halad át

A folyadékok/gázok áramlásának egyik fontos egyenlete az életfolyamatok leírásánál a **kontinuitási egyenlet**. Az egyenlet a tömegmegmaradás ($\Delta m_1 = \Delta m_2$) törvényéből vezethető le, melyet egy csőben áramló összenyomhatatlan, állandó sűrűségű közegre írunk fel. Az levezetésből nyert egyszerű formula azt fejezi ki, hogy a térfogati áramerősség ($I = Av$) a cső bármely pontján állandó. Azaz összenyomhatatlan közeg áramlása esetén a cső bármely keresztmetszetén időegység alatt ugyanakkora térfogatú közeg halad át.



2. Kontinuitás egyenlet – élettudományi vonatkozások

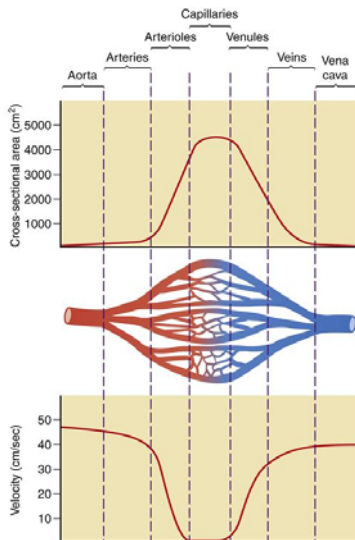
Érszakasz	Átmérő (cm)	Hossz (cm)	Ágak száma	Össz keresztmetszet (cm ²)	v (cm/s)
aorta	2,4	40	1	4,5	23
artériák	0,4	15	160	20	5
arteriolák	0,003	0,2	$5,7 \cdot 10^7$	400	0,25
kapillárisok	0,0007	0,07	$1,2 \cdot 10^{10}$	4500	0,022
venulák	0,002	0,2	$1,3 \cdot 10^9$	4000	0,025
vénák	0,5	15	200	40	2,5
venae cavae	3,4	40	2	18	6

Orvosi biofizika. Sándor, Damjanovich, Judit, Fidy, János, Szöllősi (2007)
Medicina Könyvkiadó Zrt.
3.1. táblázat - III.1. táblázat. Az egyes értípusok adatai (a nagyvérkörben): átmérő, hossz, ágak száma, az ágak összkéretmetszete és a bennük folyó vér átlagos áramlási sebessége

A kontinuitási egyenletnek számos élettudományi vonatkozása van. A táblázat az egyes értípusok adatait tartalmazza a nagyvérkörben (átmérő, hossz, ágak száma, az ágak összkéretmetszete). A kontinuitási egyenletből meghatározható az egyes érszakaszokon folyó vér átlagos áramlási sebessége (utolsó oszlop).



2. Kontinuitás egyenlet – élettudományi vonatkozások



Az áramlási sebesség fordítottan arányos az erek összkeresztmetszetével

- Összkeresztmetszet legkisebb az aortában és a véna cavában
- Áramlási sebesség a kapillárisokban ~1000x lassabb, mint az aortában
→ Gázcsere
- A vénás ágban az összkeresztmetszet újra csökken
→ Véráramlás újra nő

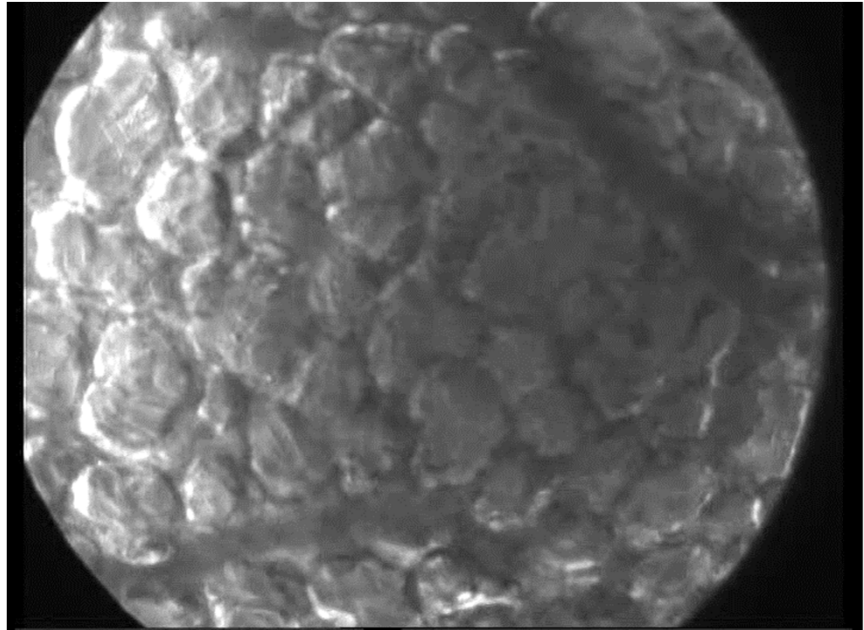
A kontinuitási egyenlet $Av = \text{konstans}$ formája úgy is értelmezhető, hogy az áramlási sebesség fordítottan arányos az erek összkeresztmetszetével. Mivel az összkeresztmetszet a legkisebb az aortában és a véna cavában, itt fordulnak elő a legnagyobb véráramlási sebességek, amik turbulenciát is okozhatnak. Az összkeresztmetszet a kapillárisokban jelentősen megnő, ezért az áramlási sebesség itt ~1000x lassabb, mint az aortában. Ez kedvez a szöveti szinten passzív diffúzióval zajló gázcserenek. A vénás ágban az összkeresztmetszet újra csökken, így az áramlási sebesség újra megnő.



2. Kontinuitás egyenlet – élettudományi vonatkozások

Véráramlás a
tüdőkapillárisokban

Orthogonális
Polarizációs
Spektrális képalkotás



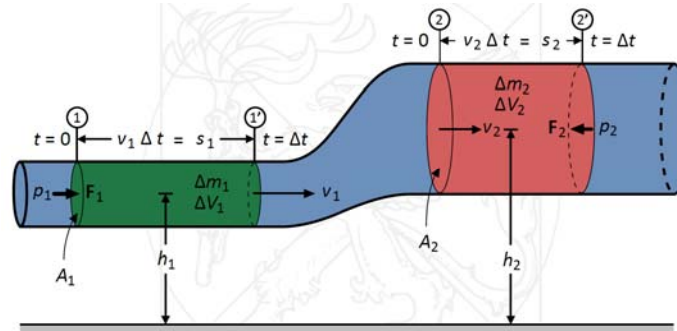
A megnövekedett összkeresztmetszet következtében lelassult kapillaris áramlást szemlélteti a videó. OPS (ún. Orthogonális Polarizációs Spektrális) technikával a vizsgált szövetet lineárisan polarizált fénnel világítják meg, majd a képalkotás a szövetek belsejéből visszavert és speciálisan szűrt fénnel történik, mely a hemoglobin tartalmú struktúrákat, azaz mikroereket rajzolja ki mintegy 200-300 mm-es szöveti mélységben.

További videó: <https://www.youtube.com/watch?v=4yBMY9Wj7z0>



2. Törvényszerűségek – Bernoulli törvény

Energiamegmaradás törvénye folyadékok stacionárius áramlására



Δt idő alatt Δm tömeg áramlik (1) és (2) hely közt

- h_1 -ből h_2 magasság → helyzeti energiája változik
- Sebessége változik (kontinuitás) → mozgási energiája változik

$$\text{Helyzeti energia: } E_{p,1} = \Delta m g h_1 \qquad E_{p,2} = \Delta m g h_2$$

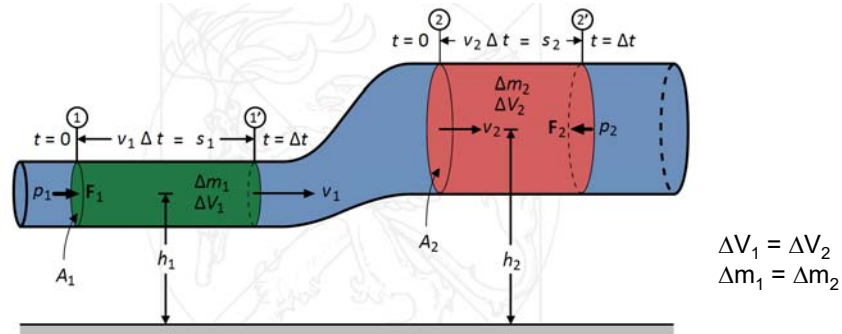
$$\text{Mozgási energia: } E_{k,1} = \frac{1}{2} \Delta m v_1^2 \qquad E_{k,2} = \frac{1}{2} \Delta m v_2^2$$

A következő élettudományi szempontból is fontos egyenlethez új juthatunk el, hogy az energiamegmaradás törvényét felírjuk folyadékok stacionárius áramlására. Vegyünk egy Δm tömegű folyadékteret mely A_1 keresztmetszetű h_1 magasságú helyről A_2 keresztmetszetű és h_2 magasságú helyre áramlik. Az áramlás közben a folyadék-elem helyzeti ($\Delta m g h$) és mozgási energiája ($\frac{1}{2} \Delta m v^2$) is változik.



2. Törvényszerűségek – Bernoulli törvény

Energiamegmaradás törvénye folyadékok stacionárius áramlására



A folyadékon végzett munka:

$$W_1 = F_1 s_1 = p_1 A_1 v_1 \Delta t = p_1 \Delta V = p_1 \frac{\Delta m}{\rho}$$

$$W_2 = -F_2 s_2 = -p_2 A_2 v_2 \Delta t = -p_2 \Delta V = -p_2 \frac{\Delta m}{\rho}$$

$$W = W_1 + W_2 = \frac{\Delta m}{\rho} (p_1 - p_2)$$

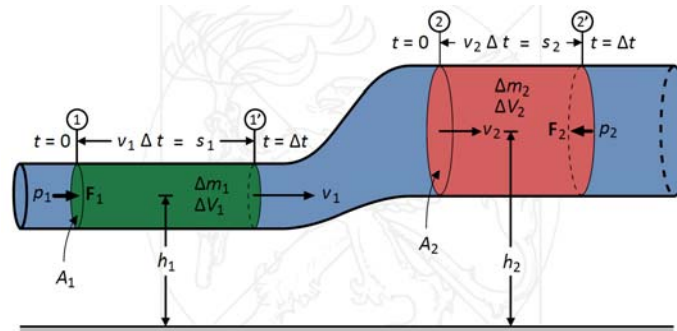
F és s ellentétes irányú

A folyadékoszlop mozgása közben a folyadékon végzett munka (erő · elmozdulás, Fs) is felírható. Az erő és elmozdulás mennyiségeket kibontva az összes munka (W) kifejezhető.



2. Törvényszerűségek – Bernoulli törvény

Energiamegmaradás törvénye folyadékok stacionárius áramlására



Energiamegmaradás: $W = \Delta E = \Delta E_p + \Delta E_k$

$$\frac{\cancel{\Delta m}}{\rho} (p_1 - p_2) = \cancel{\Delta m} g (h_1 - h_2) + \frac{1}{2} \cancel{\Delta m} (v_1^2 - v_2^2) \quad / \cdot \rho$$

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Bernoulli törvény

$$p + \rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{konstans}$$

Az energiamegmaradás törvényét ezek után felírva és az egyszerűsítéseket elvégezve adódik a Bernoulli törvény. A Bernoulli törvény tehát azt mondja ki, hogy áramló közeg esetén a három komponensből adódó teljes nyomás állandó.



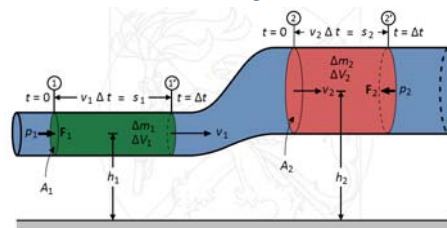
2. Törvényszerűségek – Bernoulli törvény

$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{konstans}$$

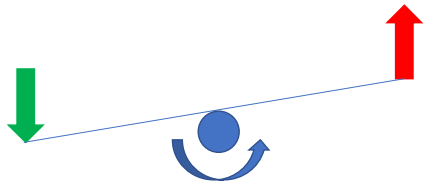
Statikus
nyomás

Hidrosztatikai
nyomás

Dinamikus
nyomás



$$\text{Statikus nyomás} + \text{Hidrosztatikai nyomás} + \text{Dinamikus nyomás} = \text{Teljes nyomás}$$



Daniel Bernoulli
1700-1782

Daniel Bernoulli (Hollandia, Groningen, 1700. február 8. – Svájc, Bazel, 1782. március 17.) svájci orvos, fizikus és matematikus: https://hu.wikipedia.org/wiki/Daniel_Bernoulli

A Bernoulli egyenletben szereplő tagok a **statikus nyomás** (p), a **hidrosztatikai nyomás** (ρgh), és a **dinamikus nyomás** (vagy más néven torló nyomás, $(1/2\rho v^2)$). A három nyomás komponens összege a teljes nyomás. A Bernoulli törvény szerint áramló közeg esetén a teljes nyomás állandó. Ezt úgy is értelmezhetjük, hogy állandó hidrosztatikai nyomás esetén (nincs magasságkülönbség) a növekvő dinamikus nyomás csökkenő statikus nyomással jár együtt. Tehát v sebességgel áramló közeg esetén a statikus nyomás $1/2\rho v^2$ -el csökken. Ennek a fontos törvényszerűségnek számos vonatkozása van a mindennapi életben és az orvostudományokban is.



2. Bernoulli törvény - alkalmazások

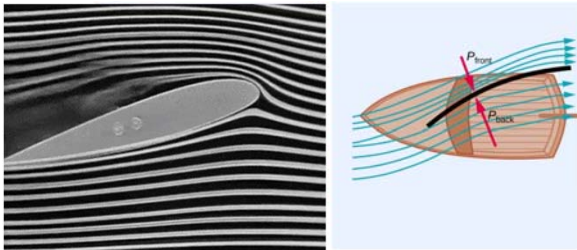
$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = k$$

Statikus
nyomás

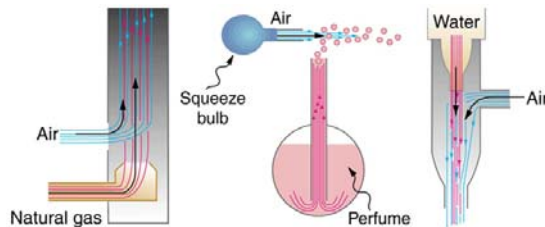
Hidrosztatikai
nyomás

Dinamikus
nyomás

Teljes
nyomás



- Repülőgép szárnyprofil
- Vitorlášhajó
- Leszorítóerő (F1 auto)
- Bunzen égő
- Porlasztó
- Szívó



<https://opentextbc.ca/physicstestbook2/chapter/bernoullis-equation/>

A Bernoulli törvény mindennapi alkalmazásai közül érdemes megemlíteni például a repülőgép szárnyprofil kialakítását. A szárny felső felületén a levegő áramlási sebessége nagyobb mint a szárny alsó felületén. Ezáltal a statikus nyomás a felső felületen alacsonyabb ($\frac{1}{2}\rho v^2$ -el), és ez a szárnyfelülettel arányos felhajtóerőt generál.

Hasonló elven halad előre a vitorlášhajó is, az íves vitorlaprofil két oldalán a szélesebbég négyzetével arányos nyomás-grádiens alakul ki, ami a hajót előre hajtja.

Az F1 autókra ható erő egy fordított repülőgép szárnyprofil által jön létre; ez nem felhajtóerőt, hanem a sebesség négyzetével arányos leszorító erőt generál, ami akár egy elefánt súlyával is egyenértékű lehet. A versenyautók első szárnyánál keletkező szívóhatás például már elegendő arra, hogy egy 110 kg-nál valamivel könnyebb csatornafedelelet kiemeljen a helyéről (pl. Portu). A teljesség igénye nélkül továbbá a Bunzen égő, a porlasztó és az elszívó berendezések jó része is a Bernoulli törvény alapján működnek.



2. Bernoulli törvény - alkalmazások

$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = k$$

Statikus
nyomás

Hidrosztatikai
nyomás

Dinamikus
nyomás

= Teljes
nyomás

Venturi-elv



A Bernoulli törvényből adódó Venturi elv azt fejezi ki, hogy a szűk keresztmetszetű csőrészben áramló közeg statikus nyomása kisebb, mint a lassabb áramlású két végén. Ezt ki lehet használni szívóhatás létrehozására, amit orvosi berendezések is alkalmaznak.



2. Bernoulli törvény – orvosi alkalmazások

$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = k$$

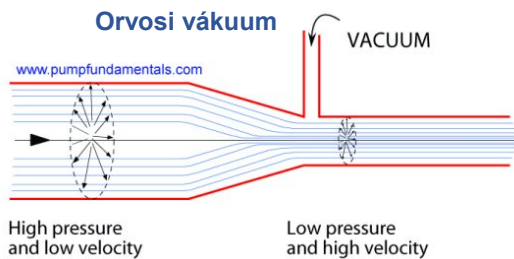
Statikus
nyomás

Hidrosztatikai
nyomás

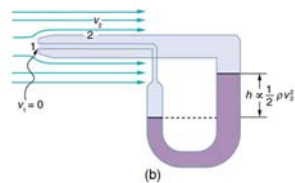
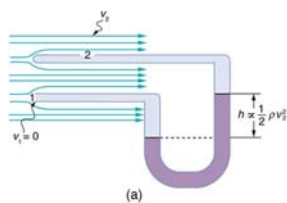
Dinamikus
nyomás

= Teljes
nyomás

Orvosi vákuum



Venturi maszk



Pitot-csöves
spirométer



A szűkülő keresztmetszetben áramló közeg statikus nyomása kisebb, amit sebési műtőkben használt **orvosi szívók** használnak ki. A rendszer előnye, hogy ezzel a módszerrel nem lehet extrém mértékű vákuumnak kiténni a puha szöveteket, illetve a felszívott közeg az áramlás irányának irányába távozik is.

A **Venturi-maszk** egy olyan orvostechnikai eszköz, amely ismert oxigénkoncentrációt juttat el az oxigénterápiát igénylő betegbe. A Venturi-maszkok képesek a teljes belégzési áramlást biztosítani egy meghatározott belégzett oxigén koncentráció (FiO_2) beállítása mellett. A készülékek általában több fúvókát tartalmaznak, amelyek általában színkóddal vannak ellátva a kívánt FiO_2 beállítása érdekében.

További orvostechnikai eszköz az ún. **Pitot-csöves spirométer**, mellyel a légáramlási sebesség mérhető. A mérés elve, hogy az eszköz az áramló közeggel merőleges és laterálisan is mér nyomást, és a két nyomás különbsége négyzetesen arányos az áramlási sebességgel ($1/2\rho v^2$).



2. Bernoulli törvény – orvosi alkalmazások

$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = k$$

Statikus
nyomás

Hidrosztatikai
nyomás

Dinamikus
nyomás

= Teljes
nyomás



impact of basic research on tomorrow

Snoring Imaging*

(CHEST 2005; 128:S96-S91)

Could Bernoulli Explain It All?

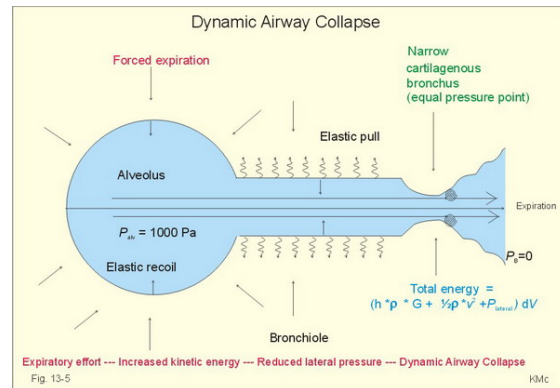
Igor Fajfágn, MD, PhD



FIGURE 6. Venturi tube shape of the upper airway in mouth breathing. The distances between the lines represent the cross-section sizes of the space.

Dinamikus légúti kollapszus:

- erőltetett kilégzés
- köhögés



https://www.mednote.dk/index.php/Mechanics_of_breathing

További orvosi vonatkozás, hogy a Bernoulli-hatás a **horkolásban** játszott szerepét is kimutatták. Az áramló levegő áramlási sebessége a kontinuitási törvény szerint felgyorsul a felső légút beszűkült részein. A Bernoulli-elv alapján a felgyorsult áramlás negatív nyomást hoz létre. Ez befelé szívja a garatszerkezeteket, és rezgésük révén horkolást generál (https://www.medscape.com/viewarticle/510713_3).

Dinamikus légúti kollapszus kialakulhat hasonló elvek mentén erőltetett kilégzés vagy köhögés során is. Dinamikus légúti kompresszió jelensége: az oldalnyomás a legalacsonyabb ott, ahol a cső keresztmetszete a legkisebb, és a sebesség a legnagyobb. A külső nyomás meghaladja az oldalnyomást, és a rugalmas falú légút a Bernoulli-törvény szerint összenyomódik (https://www.mednote.dk/index.php/Mechanics_of_breathing).



2. Bernoulli törvény – orvosi alkalmazások

$$p + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v^2 = k$$

Statikus
nyomás

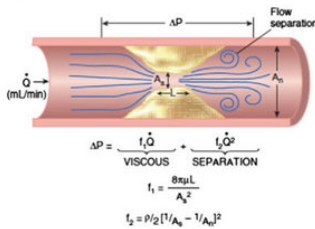
Hidroztatikai
nyomás

Dinamikus
nyomás

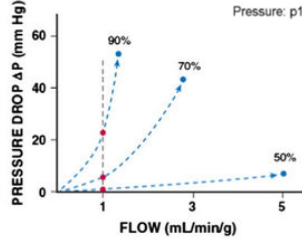
= Teljes
nyomás

Stenosis

A



B

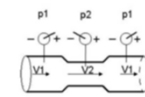


A. Fluid mechanics of a stenosis. The pressure drop across a stenosis can be predicted by the Bernoulli equation. It is inversely related to the minimum stenosis cross-sectional area and varies with the square of the flow rate as stenosis severity increases.

Duncker DJ et al. Prog Cardiovasc Dis. 2015 ; 57(5): 409–422

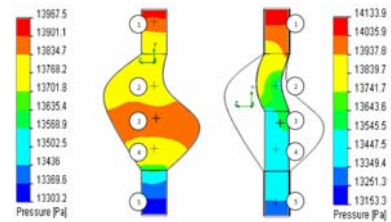
a

Venturi tube



Pressure: $p_1 > p_2$ Velocity: $V_1 < V_2$

Aorta aneurism



Blood flow pattern with pressure distribution in abdominal aortic aneurysm (AAA), (a) without stent graft (SG), (b) with stent graft (SG)

Mohammad NF et al. Proc. Intern Conf. Appl Design in Mech Eng

A Bernoulli egyenlet a **stenosis** (érszűkület) nyomásviszonyainak megértésében is fontos. A szűkületben a kontinuitási egyenlet alapján az áramlási sebesség felgyorsul a szűkület minimális keresztmetszetével fordított arányban. A felgyorsult véráramlás a Bernoulli-törvény szerint csökkent intravaszkuláris nyomást alakít ki, mely az áramlási sebesség négyzetével arányos. Az a jelenség egy ördögi kört beindítva a szűkület további záródási irányába mozdítja el a folyamatot.

Az **aneurizma** (értágulat) ellentétes folyamatként értelmezhető. Az érkeresztmetszet hirtelen növekedésével az áramlási sebesség lelassul, ami megemelkedett statikus nyomással jár együtt. Ez az értágulat további növekedését okozza egy más jellegű ördögi kört beindítva.



Tanulási célkitűzések

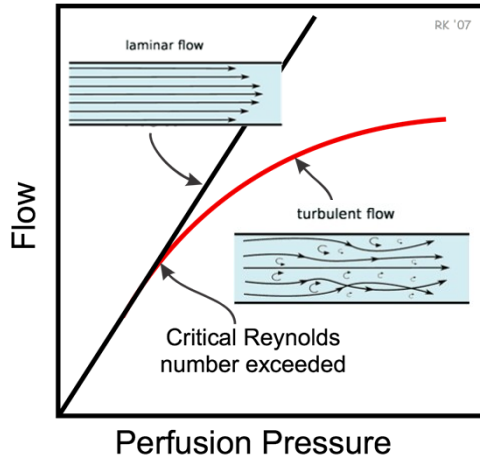
- 1. Milyen anyagállapotok fordulnak elő az élő szervezetben, hogyan írhatók le a jellemzőik?**
 - Az anyag 3 állapota
 - Nyomás, térfogat, sűrűség, térfogati áramerősség-áramsűrűség fogalma, mérése, mértékegységek
- 2. Milyen törvényszerűségekkel írható le a folyadékok/gázok áramlása az életfolyamatokban?**
 - Véráramlás sebességviszonyai: Kontinuitás egyenlet
 - Folyadékok/gázok dinamikája: Bernoulli-törvény
- 3. Mik a réteges (lamináris) és az örvénylő (turbulens) áramlások élettudományi vonatkozásai?**
 - Lamináris és turbulens áramlások ér- és légzőrendszerben
 - Vérnyomásmérési elvek (Riva-Rocci és Korotkov módszer, oszcillometriás elv)
- 4. Milyen áramlási veszteségek jelentkeznek az élő szervezetben?**
 - Newton-féle súrlódási törvény és a viszkozitás
 - Hagen–Poiseuille-törvény és az áramlási ellenállás
 - Csövek soros és párhuzamos kapcsolása
 - Vazodilatáció és vazokonstrikció jelentősége
 - Newtoni folyadékok és a vér, mint nem Newtoni folyadék
- 5. Hogyan jellemezhető az alakos elemek mozgása folyadékban?**
 - Stokes-törvény
 - Vörösvértest süllyedés, spermatoocita motilitás
- 6. Mi a felületi feszültség és a falfeszülés orvosi jelentősége?**
 - Laplace-törvény
 - Alveolusok nyitvatartása, aneurizma, szívtágulat

A következőekben a réteges (lamináris) és az örvénylő (turbulens) áramlások élettudományi vonatkozásait tekintjük át, melynek fontos vonatkozása a vérnyomásmérési elvekben mutatkozik meg (Riva-Rocci és Korotkov módszer, oszcillometriás elv).



3. Lamináris/turbulens áramlás

Az áramlás jellegére a **Reynolds számból** következtethetünk



$$Re = \frac{\text{Tehetetlenségi erők}}{\text{Surlódási erők}}$$

$$Re = \frac{vD\rho}{\eta} = \frac{vD}{\vartheta}$$

$$Re_{krit} \sim 2300$$

v: sebesség
D: átmérő
ρ: sűrűség
η: dinamikai viszkozitás
ϑ: kinematikai viszkozitás

$$\frac{\frac{m}{s} \cdot m \cdot \frac{kg}{m^3}}{\frac{Ns}{m^2}} = \frac{\frac{m}{s} \cdot m \cdot \frac{kg}{m^3}}{\frac{kgms}{s^2m^2}} = 1$$

$$v_{krit} = \frac{Re\eta}{\rho D} = \frac{Re\vartheta}{D}$$

Kritikus sebesség az aortában:

$$v_{krit} = \frac{2300 \cdot 0.04 [Poise]}{1.06 [g/cm^3] \cdot 2 [cm]} = 43 \text{ cm/s}$$

A **lamináris és turbulens áramlás** fogalmát egy csőre eső perfúziós nyomás és ennek hatására létrejött áramlás összefüggésének áttekintésével vezethetjük be. Kis perfúziós nyomások esetén a kialakult áramlás mértéke egyenesen arányos a nyomás grádienssel. Egy kritikus nyomás grádiens elérését követően ez az egyenes arányosság megszűnik, és a kialakult áramlás mértéke elmaradt az egyenes által megjósolt értékektől. Ez a kritikus pont a turbulencia kialakulásának jelenségével függ össze.

Egy csőben a turbulencia kialakulását a **Reynolds számból** jósolhatjuk meg. A Reynolds szám a tehetetlenségi és surlódási erők arányát kifejező dimenziótlan mennyiség, mely a cső geometriai tulajdonságait (D- átmérő) és az áramló közeg sebességét (v) anyagtulajdonságait is tartalmazza (sűrűség, viszkozitás). A kritikus Reynolds szám ~2300, ami azt jelenti hogy ezen érték felett az áramlás turbulenssé változik.

Ez alapján kiszámítható, hogy az aortában 43 cm/s áramlási sebesség felett alakul ki turbulencia, ami az emberi testben fiziológiásan is előfordulhat.



3. Lamináris/turbulens áramlás

Az áramlás jellegére a **Reynolds számból** következtethetünk

$$Re = \frac{\textit{Tehetetlenségi erők}}{\textit{Surlódási erők}}$$

$$Re = \frac{vD\rho}{\eta} = \frac{vD}{\vartheta}$$

Re < 2300 Lamináris áramlás

Fiziológiás:
Érhálózat
Légutak

Re > 2300 Turbulens áramlás

- Szívbillentyűk
- Aorta ascendens
- Érszűkület
- Elágazódások
- Aneurizmák
- Gégefő
- Hörgszűkület



A kritikus 2300 alatti Reynolds szám érvényes az emberi szervezet legnagyobb részében mind a keringési, mind a légzőrendszerben.

Turbulens véráramlás alakul ki fiziológiás körülmények között a szívbillentyűk környékén és az aortában. A légáramlás fiziológiás körülmények között lamináris, ez alól csak a gégefő és a nagy légutak elágazódása jelent kivételt. Kóros körülmények között az érszűkület (v megnő) vagy aneurizma (D megnő) környékén alakulhat ki turbulencia a keringési rendszerben. A tüdőben aktív (bronchokonstriktió) vagy passzív (pl. mucus hiperszekréció) folyamat következtében alakulhat ki turbulens légáramlás.

A turbulenciák detektálása az aszkultációs (hallgatós) orvosi vizsgálatok alapját képezik.



3. Alkalmazás - vérnyomásmérés

A hallgatózásos módszer



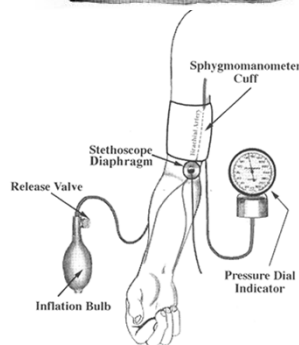
Scipione Riva-Rocci
1896



- Felfújható keskeny mandzsetta
- Pulzus visszatérés tapintással
- MAP becslése



Nyikolaj Szergejevics
Korotkov, 1905

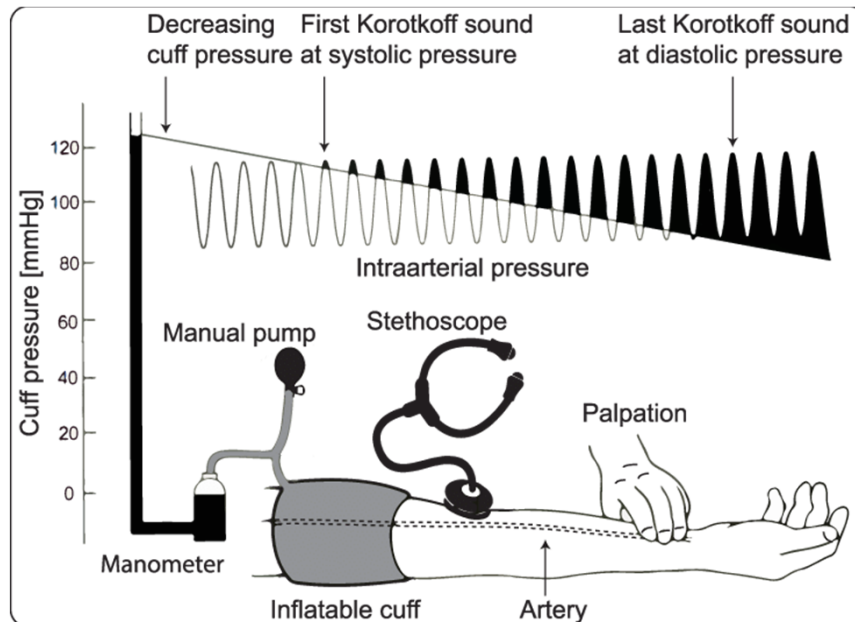


- Felfújható széles mandzsetta
- Pulzus visszatérés hallgatózással
- Szisztolés és diasztolés nyomások becslése

A turbulencia jelenségét használja ki a neminvazív vérnyomásmérésre használt hallgatózásos módszer. A módszer alapját 1896-ban Riva-Rocci fektette le, és későbbiekben Korotkov fejlesztette tovább. Korotkov felfújható széles mandzsettát alkalmazott az alkaron, és annak lassú leengedése során a pulzus visszatérést hallgatózással detektálta. A keletkező hangjelenségekből a szisztolés és diasztolés nyomás becsülhető.



3. Alkalmazás – vérnyomásmérés - A hallgatószerű módszer

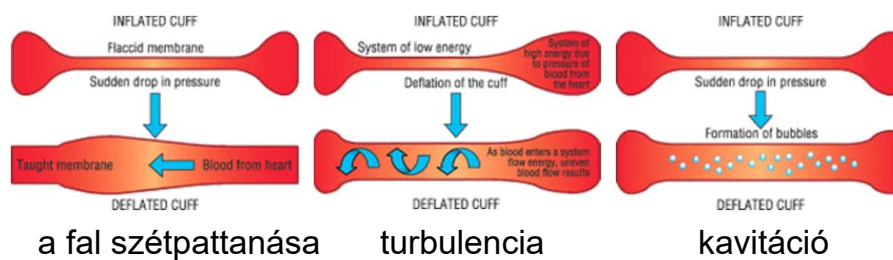


A mérőeszköz mandzsettáját a páciens felkarjára helyezzük, és jóval a várható szisztolés nyomásérték fölé pumpáljuk, ezáltal alatta teljesen megszűnik a véráramlás. A mandzsetta lassú leeresztése során a vizsgálatot végző személy az artéria fölé helyezett sztetoszkóppal követi a részben blokkolt áramlást kísérő hangok (az ún. Korotkov hangok) megjelenését. Amikor a mandzsettanyomás a szisztolés nyomásnak megfelelő érték alá esik, az artériás vérnyomás éppen meg tudja nyitni az artériát a szisztolé idejére, így megindul a véráramlás. Ekkor hallható az első Korotkov-hang, melyet minden további szisztolé során egy-egy újabb követ. Amikor a mandzsettában uralkodó nyomás a diasztolés érték alá csökken, a szív ciklus alatt jelentkező legalacsonyabb vérnyomásérték is képes immár az artéria nyitva tartására, azaz az áramlás zavartalaná válik és a Korotkov-hangok is megszűnnek.



3. Alkalmazás - vérnyomásmérés

A Korotkov-hangok eredete



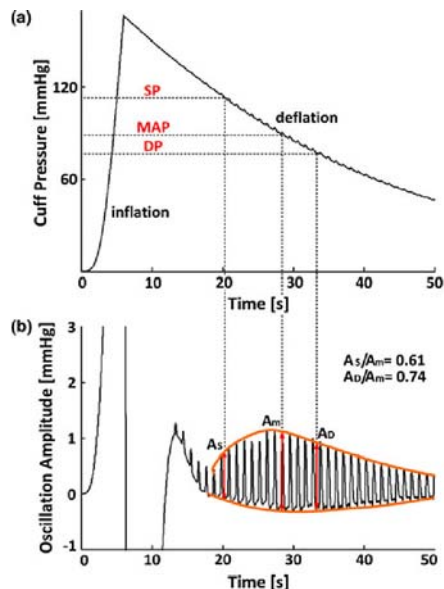
+ egyéb elméletek és kombinációik

A **Korotkov-hangok keletkezésének mechanizmusa** igen összetett, feltehetően közrejátszik a megnövekedett áramlási sebesség (lásd a kontinuitási egyenletet) következtében föllépő turbulencia, az artéria falainak szétválása, valamint a hirtelen nyomáscsökkenés okozta kavitáció (buborékképződés).

A **kavitáció** fizikai jelenség, mely akkor következik be, ha egy anyag a nyomás esése következtében folyadék fázisból hirtelen gáz fázisba megy át. Ha a folyadék sebessége hirtelen megnő, akkor az energiamegmaradás törvénye (Bernoulli törvénye) értelmében a nyomása leesik. A keletkező gőzbuborék – ha az áramlás mentén olyan helyre ér, ahol a nyomás nagyobb az ottani hőmérséklethez tartozó telítettgőz-nyomásnál – hirtelen összeroskad, az egymásnak csattanó folyadékfelületek erős akusztikus lökéshullámot keltenek, ami egyrészt erős zajjal, rezgéssel, másrészt a környező szilárd testek eróziójával jár. Ilyen eset fordul elő például nem teljesen elzárt vízcsap szűk áramlási keresztmetszetében, szivattyúknál vagy hajócsavaroknál. Szivattyúk esetében ha a jelenség kiterjed az egész áramlási keresztmetszetre, a vízoszlop el is szakadhat, és a szivattyú nem képes folyadékot szállítani. Cavitation: https://www.youtube.com/watch?v=ON_irzFAU9c



3. Alkalmazás - vérnyomásmérés Az oszcillometriás elv



Liu, J et al. *Annals of Biomedical Engineering* 41(3), 2012



Mandzsettanyomás oszcillációs komponensének elemzése

- Artériás középnyomás (MAP):
 - maximális pulzus amplitúdó
- Szisztolés és diasztolés nyomások:
 - Empirikus összefüggések

A modern digitális vérnyomásmérőknél nincs szükség hallgatózásra. Ez azon a megfigyelésen alapul, hogy a vérnyomás változása ingadozásokat okoz az artéria fölött elhelyezkedő, felfújott mandzsetta nyomásában. A modern elektronikus nyomásérzékelők folyamatosan rögzítik a nyomást, és a mikroszámítógépek kiegészítő jelfeldolgozási lépéseket képesek végrehajtani ezen a rögzített jelen. Az empirikus adatok azt mutatják, hogy a mandzsettanyomás ingadozásának amplitúdója akkor a legnagyobb, amikor az megegyezik az artériás középnyomással. Ebből a szisztolés és a diasztolés nyomásértékeket numerikus módon becslik: a szisztolés vérnyomást általában azzal az artériás középnyomás feletti mandzsettanyomással azonosítják, ahol az oszcilláció amplitúdója a maximális érték 50%-a, míg a diasztolés értéknek azt az artériás középnyomás alatti mandzsettanyomást tekintik, ahol az amplitúdó a maximális érték 80%-a (a százaléértékek a kiértékelési módszertől és a gyártótól függően különbözhetnek).



Tanulási célkitűzések

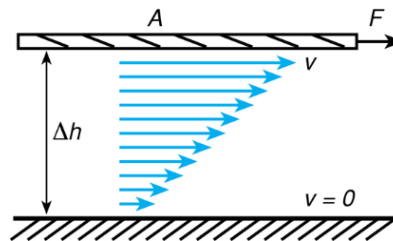
- 1. Milyen anyagállapotok fordulnak elő az élő szervezetben, hogyan írhatók le a jellemzőik?**
 - Az anyag 3 állapota
 - Nyomás, térfogat, sűrűség, térfogati áramerősség-áramsűrűség fogalma, mérése, mértékegységek
- 2. Milyen törvényszerűségekkel írható le a folyadékok/gázok áramlása az életfolyamatokban?**
 - Véráramlás sebességviszonyai: Kontinuitás egyenlet
 - Folyadékok/gázok dinamikája: Bernoulli-törvény
- 3. Mik a réteges (lamináris) és az örvénylő (turbulens) áramlások élettudományi vonatkozásai?**
 - Lamináris és turbulens áramlások ér- és légzőrendszerben
 - Vérnyomásmérési elvek (Riva-Rocci és Korotkov módszer, oszcillometriás elv)
- 4. Milyen áramlási veszteségek jelentkeznek az élő szervezetben?**
 - Newton-féle súrlódási törvény és a viszkozitás
 - Hagen–Poiseuille-törvény és az áramlási ellenállás
 - Csövek soros és párhuzamos kapcsolása
 - Vazodilatáció és vazokonstrikció jelentősége
 - Newtoni folyadékok és a vér, mint nem Newtoni folyadék
- 5. Hogyan jellemezhető az alakos elemek mozgása folyadékban?**
 - Stokes-törvény
 - Vörösvértest süllyedés, spermatoocita motilitás
- 6. Mi a felületi feszültség és a falfeszülés orvosi jelentősége?**
 - Laplace-törvény
 - Alveolusok nyitvatartása, aneurizma, szívtágulat

Ezt követően elemezzük az élő szervezetben jelentkező áramlási veszteségeket, különös tekintettel a súrlódásra és viszkozításra, valamint az áramlási ellenállásra.



4. Gázok és folyadékok viszkozitása, áramlása

- Két egymáshoz közeli sík lemez közbülső folyadékkal v sebességgel mozog
- Rétegek elcsúsznak egymáson
- A sebességésés (egységnyi hosszra eső sebességváltozás) $\Delta v/\Delta h$ állandó
- A lemez mozgatásához szükséges erő (F) arányos a
 - lemez felületével (A)
 - A rétegek közti sebességkülönbséggel, a sebesség gradienssel ($\Delta v/\Delta h$)
 - Anyagállandó - viszkozitás



Newton-féle súrlódási törvény

$$F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

η : viszkozitás
1 Pas = 1Ns/m² = 10 Poise

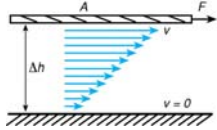
Vegyünk két párhuzamos síklemezt nagyon közel egymáshoz, közbül folyadékkal, és vizsgáljuk meg, mekkora F erővel lehet a felső, A felületű lemezt a rögzített alsón állandó v sebességgel elcsúsztatni. Mindkét lemezhez hozzátapad egy vékony folyadékréteg, amely a lemezzel együtt mozog, illetve áll. Így a súrlódás folyadék-folyadék közti, azaz belső súrlódás lesz! Kis v sebességnél (azaz lamináris áramlás esetén) a lemezekkel párhuzamos folyadékrétegekben levő molekulák együtt mozognak, a rétegek mintegy elcsúsznak egymáson. Mivel a két lemez nagyon közel van egymáshoz (Δh nagyon kicsi), ezért feltehetjük, hogy ezen a kis távolságon az egyes rétegek sebessége 0-tól v -ig lineárisan változik, így a sebességésés (azaz az áramlásra merőleges irányban az egységnyi hosszra eső sebességváltozás) $\Delta v/\Delta h$ állandó. Azonos az egyes folyadékrétegek között ható súrlódási erő is, mégpedig egyenlő F -fel, hiszen stacionárius esetben (mivel nincs gyorsulás) az egyes folyadékrétegekre ható erők eredője nulla kell hogy legyen. (Ebből az következik, hogy az erő nem függhet közvetlenül a sebességtől, hiszen akkor ez nem teljesülhet.) Így a legegyszerűbb feltételezések mellett (a tapasztalatokkal is összhangban) a lemez mozgatásához szükséges erő (ami tehát megegyezik a folyadékrétegek között fellépő súrlódási erővel,) arányos a lemez felületével (A) és a sebességésés nagyságával. Ez a Newton-féle súrlódási törvény. Az η arányossági tényezőt belső súrlódási együtthatónak vagy viszkozitásnak nevezzük. Mértékegysége: Pa·s vagy Poise. Értéke a folyadékokra (illetve gázra) jellemző adat.

Forrás:

https://regi.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/2011_0001_524_Biofizika/ch03.html



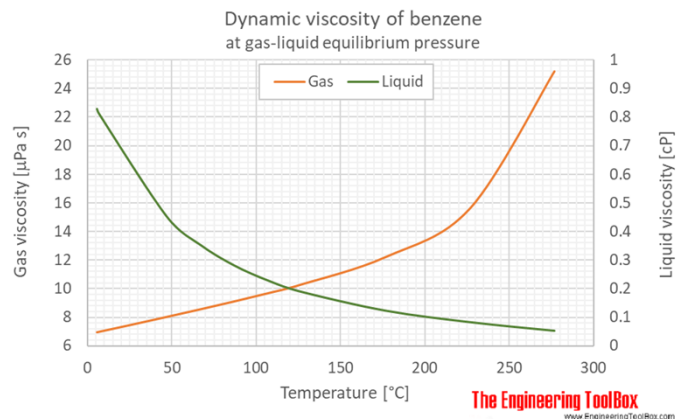
4. Gázok és folyadékok viszkozitása, áramlása



$$F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

η : viszkozitás [Pa s, Ns/m²]

	η (mPa·s) 20 °C
levegő	(101 kPa) 0,019
víz	1
etanol	1,2
vér (37 °C)	2–8
glicerin	1490
méz	2000–14000



Néhány anyag viszkozitását tartalmazza a táblázat. A táblázatból is kiolvasható, hogy a 20 °C-os víz viszkozitása éppen 1 centipoise.

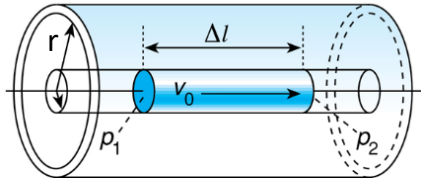
Érdekes megemlíteni a viszkozitás és a hőmérséklet kapcsolatát. Mivel a belső súrlódás molekuláris mechanizmusa gázokban és folyadékokban különböző, a hőmérséklet hatása is eltér. A gázok viszkozitása növekszik, míg a folyadékoké csökken a hőmérséklet növekedésével. Gázokban nincs, vagy csak igen gyenge kölcsönhatás van a részecskék között, kivéve a pillanatszerű ütközéseket. Miért van mégis súrlódás két egymáson elcsúszó gázréteg között? Azért, mert a részecskék a kollektív, rendezett mozgáson kívül rendezetlen egyéni hőmozgást is végeznek. Ennek révén a részecskék átléphetnek egyik rétegből a másikba. A lassúbb rétegből érkező részecskék a gyorsabb réteg részecskéivel ütközve akadályozzák annak haladását. Ezen impulzus csere (impulzustranszport) az oka a belső súrlódásnak. Ezek alapján érthető az a tapasztalat, hogy a gázok viszkozitása növekszik a hőmérséklet növekedésével: magasabb hőmérsékleten fokozottabb a hőmozgás, ezért erősödik a rétegek közötti impulzustranszport is. Folyadékokban a molekulák közelebb vannak egymáshoz, mint a gázokban (nincs bennük „szabad” hely) és kölcsönhatásuk révén kisebb tartományokban igen rendezett struktúrák jöhetnek létre. Éppen ennek a rendezettségnek a fokától függ a folyadékok viszkozitása. A folyadékrétegek egymáson való elcsúszását ugyanis a folyadék struktúrájában lévő „hibák”, atomi méretű ritkulási helyek, „lyukak” teszik lehetővé (növelni kell a „szabad” helyeket). Minél nagyobb a „lyukak” koncentrációja, annál könnyebben csúsznak el egymáson a rétegek, és annál kisebb a viszkozitás.

Forrás:

https://regi.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop425/2011_0001_524_Biofizika/ch03.html



4. Gázok és folyadékok viszkozitása, áramlása



Hagen–Poiseuille-törvény:

$$I_v = -\frac{\pi}{8\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

A folyadék az alacsonyabb nyomású hely felé áramlik

Áramlási ellenállás:

$$R_{cső} = -\frac{\Delta p}{I_v} = \frac{8\eta\Delta l}{\pi r^4}$$

Analógia Ohm törvénnyel $R = U/I = \rho(l/A)$

Newtoni folyadék stacionárius lamináris áramlása hengeres csövekben

Térfogati áramerősség (áramlási sebesség):



Gotthilf Hagen



Jean Léonard Marie Poiseuille

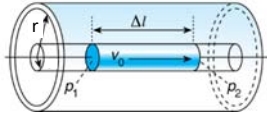
Az élettudományokban is kiemelkedő fontosságú a hengeres csövekben mozgó folyadék vagy gáz áramlási veszteségei (pl. érrendszer, légutak). Ennek vizsgálatához vegyünk egy R sugarú csövet, amelyben a fennálló nyomáskülönbség hatására η viszkozitású folyadék laminárisan áramlik. A cső falánál a sebesség nulla, hiszen ez a réteg a cső falához tapad, azt pedig (a hengersizmetria miatt) feltételezhetjük, hogy a cső tengelyében a legnagyobb az áramlás sebessége (v_0).

A térfogati áramerősség (I_v) ilyen esetben egyenesen arányos a $\Delta p/\Delta l$ nyomáseséssel és a cső sugarának negyedik hatványával (R^4), és fordítottan arányos a viszkozitással (η). Ez a Hagen–Poiseuille-törvény. A negatív előjel azt mutatja, hogy a folyadék az alacsonyabb nyomású hely felé áramlik. A törvény csak newtoni folyadékok stacionárius és lamináris áramlására vonatkozik. A Hagen–Poiseuille-törvénytírható az áramlási ellenállásra is, mely az Ohm-törvény ($R=U/I$) analógiájára $-\Delta p/I_v$. Hengeres cső áramlási ellenállásra ennek megfelelően egyenesen arányos a cső hosszával (Δl) és a közeg viszkozitásával (η), és fordítottan arányos a cső sugarának negyedik hatványával (R^4).



4. Gázok és folyadékok viszkozitása, áramlása

Hagen–Poiseuille-törvény

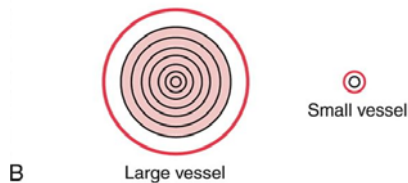
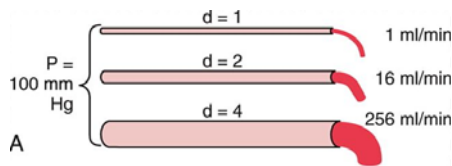


$$I_v = -\frac{\pi}{8\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$

$$R_{cső} = -\frac{\Delta p}{I_v} = \frac{8\eta\Delta l}{\pi r^4}$$

Példa: Ha a térfogati áramerősség 250 ml/min

$L \rightarrow L/2$	500 ml/s	2x↑
$\eta \rightarrow \eta/2$	500 ml/s	2x↑
$r \rightarrow r/2$	15,6 ml/s	16x↓



Értékmérő-változás hatékony eszköze a regionális vérellátás szabályozásának:

	r (cm)	R_{vasc} (Hgmm.s/l)
Vazokonstriktió	↓	↑↑↑↑
Vazodilatáció	↑	↓↓↓↓

<https://imgbin.com>

A térfogati áramerősség tehát egyenesen arányos a $\Delta p/\Delta l$ nyomáskereséssel és a cső sugarának negyedik hatványával. Ez utóbbi igen erős függést jelent. Gondoljuk csak meg: ha a cső sugara a felére csökken, egyébként változatlan paraméterek mellett az áramerősség a tizenhatodára esik vissza!

A vér ugyan nem newtoni folyadék és a szívhez közeli erekben az áramlás sem stacionárius (távolabb már jó közelítéssel az), a Hagen–Poiseuille-törvény közelítésként mégis alkalmazható a vérkeringésre. Az erős R^4 -es függés azt jelenti, hogy a szervezet az erek átmérőjének finom változtatásával is nagyon hatékonyan tudja szabályozni az egyes szervek vérellátását. De azt is jelenti, hogy ha például érlemezés miatt az erek átmérője csökken, akkor a szív csak sokkal nagyobb vérnyomás fenntartásával biztosíthatja (vagy csak biztosíthatná) a szervezet megfelelő vérellátását.



4. Gázok és folyadékok viszkozitása, áramlása

Ekvivalencia Kirchhoff törvényekkel

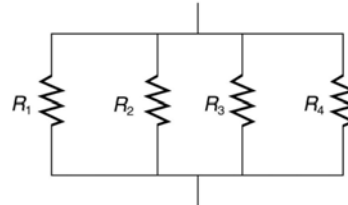
$$R_{cső} = -\frac{\Delta p}{I_v} = \frac{8 \eta \Delta l}{\pi r^4}$$

Soros kapcsolás



$$R_{cső} = \sum_i R_{cső(i)}$$

Párhuzamos kapcsolás



$$\frac{1}{R_{cső}} = \sum_i \frac{1}{R_{cső(i)}}$$

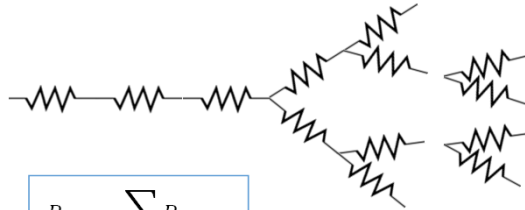
Nemcsak az Ohm-törvény megfelelője írható fel az áramlásokra, hanem a Kirchhoff-törvényeké is. Csövek elágazására is igaz például, hogy a főágban folyó áramerősség megegyezik a mellékágakban folyó áramerősségek összegével (kontinuitási egyenlet, Kirchhoff I. törvénye). Valamint a sorba, illetve párhuzamosan kapcsolt csövek ellenállását is hasonlóképpen kell összegezni, mint ahogyan az elektromos ellenállások eredőjét számoljuk. Ez igaz egyszerű soros és párhuzamos kapcsolásra is.



4. Gázok és folyadékok viszkozitása, áramlása

Ekvivalencia Kirchhoff törvényekkel

$$R_{cső} = -\frac{\Delta p}{I_v} = \frac{8 \eta \Delta l}{\pi r^4}$$



$$R_{cső} = \sum_i R_{cső(i)}$$

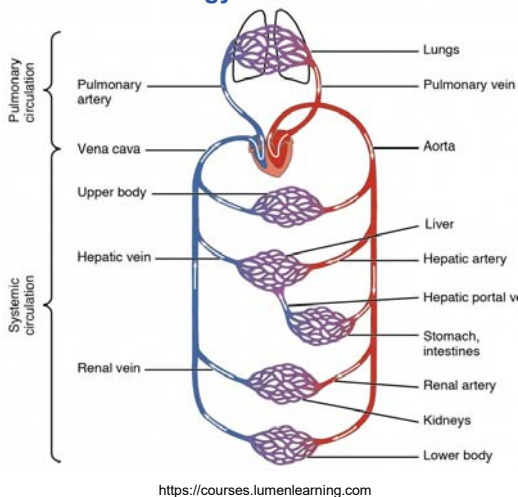
$$\frac{1}{R_{cső}} = \sum_i \frac{1}{R_{cső(i)}}$$

Valamint a az áramlásokra vonatkozó Kirchhoff-törvények alkalmazhatók összetett (ér, légút) hálózatokra is.



4. Gázok és folyadékok viszkozitása, áramlása

Nagyvérkör áramlási modellje

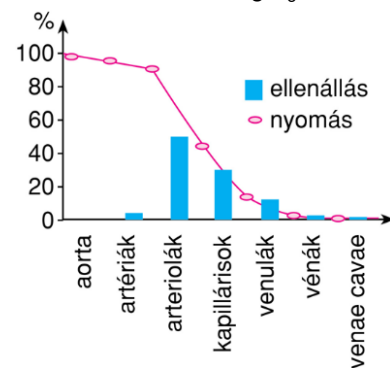


<https://courses.lumenlearning.com>

$$R_e = \frac{R_i}{n} = \frac{8 \eta \Delta l}{\pi n r^4} = 8\pi \frac{\eta \Delta l}{n A^2} = 8\pi \frac{\eta n \Delta l}{A_o^2}$$

$r^4 = \frac{A^2}{\pi^2}$ $A_o = nA$

Arteriálákban: $n \uparrow \uparrow$ míg $A_o^2 \uparrow \rightarrow R \uparrow$



Következmény: arteriolák simaizomtónus változása hatékony a véráramlás regionális redisztribúciójában

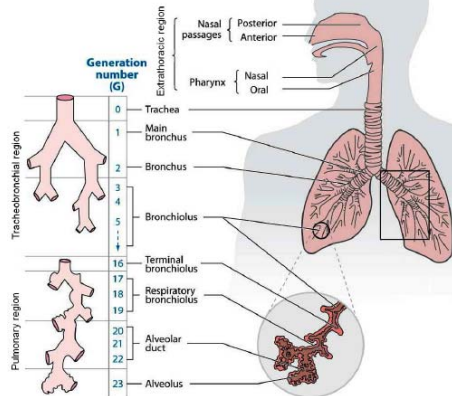
Az ábra mutatja az egyes értípusok eredő ellenállását és ezek alapján a nagyvérkörben a nyomás változását. Láthatjuk, hogy az arteriolákon a legnagyobb a nyomásesés, mert ezek összellenállása a legnagyobb. Ez első pillantásra meglepőnek tűnhet, hiszen az összkérszmetük is igen nagy. Ennek hátterében az áll, hogy ha n gyorsabban nő, mint az összekérszmet négyzete, akkor az eredő ellenállás is nőni fog. Ez a helyzet az arterioláknál: míg összkérszmetük például az aortáéknak csak körülbelül 90-szerese, aminek négyzete is csak 8100, addig számuk körülbelül $6 \cdot 10^7$ az egy aortával szemben.

Mivel a nagyvérkör ellenállásának nagy részét az arteriolák adják, szerepük meghatározó a nagyvérköri teljes nyomás kialakításában. Ezért nem véletlen, hogy ezeknek az ereknek a fala viszonylag nagy arányban tartalmaz simaizmot, amelynek segítségével az érátmérő változtatható. Tartósan összehúzódtott állapotuk azonban magas vérnyomást eredményez.



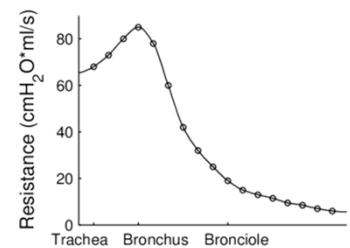
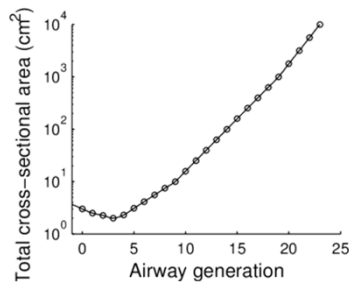
4. Gázok és folyadékok viszkozitása, áramlása

Légutak áramlási modellje



$$R_e = \frac{R_i}{n} = \frac{8 \eta \Delta l}{\pi n r^4} = 8\pi \frac{\eta \Delta l}{n A^2} = 8\pi \frac{\eta n \Delta l}{A_0^2}$$

Tüdőperiférián: $n \uparrow$ míg $A_0 \uparrow \uparrow \rightarrow R \downarrow$



Következmény: kislégúti betegségek (pl. asthma bronchiale) sokáig rejtve maradhatnak

Lumb AB (2000): Nunn's Applied Respiratory Physiology

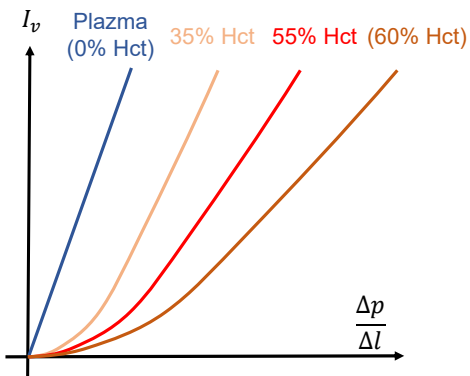
Vizsgáljuk meg a másik fontos elágazódó csőrendszert is, a tüdőben lévő légutak hálózatát. A tüdő periferia felé haladva a párhuzamos légutak száma (n) növekszik, de ezek összekeresztmetsze (A_0) ennél lényegesen erőteljesebb növekedést mutat. Ezért a légúti rendszer összellenállása a periferia felé haladva csökken, azaz a légutak bemeneténél mért áramlási ellenállás nagy részét a centrális vezető légutak szolgáltatják. Ez a jelenség magyarázza azt a sajnálatos tényt, hogy a légzésfunkciós tesztek által szolgáltatott eredmények jórészt a vezető légutak tulajdonságait tükrözik, és a kislégúti betegségek (pl. asthma bronchiale) sokáig rejtve maradhatnak.



4. Gázok és folyadékok viszkozitása, áramlása

A vér viszkozitása

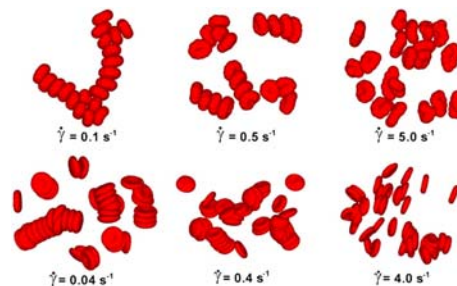
$$I_v = -\frac{\pi}{8\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$$



Newtoni folyadék: viszkozitás (η) állandó

Nem Newtoni folyadék: viszkozitás (η) függ az áramlási sebességtől (hajtónyomástól):

- Alacsony áramlási sebesség: vörösvértestek aggregációja → **viszkozitás nő**
- Magas áramlási sebesség: nyíróerők megbontják a vörösvértest-aggregátumokat → **viszkozitás csökken**



Normális hematokritértéknél (körülbelül 45%) a vér viszkozitása három-négyszerese a víz viszkozitásának. A normális fölé emelkedő hematokrit-értékeknél (policitémia) a viszkozitás erősen megnő, ami komoly megterhelést ró a szívre a normális véráram erősségének fenntartásában. Plazma viszkozitás: kb 1.8x nagyobb mint a víz viszkozitás (molekuláris kölcsönhatások miatt, albumin, fibrinogén)

A Hagen–Poiseuille-törvény szerint a newtoni folyadékok esetében a térfogati áramerősség arányos a nyomáseséssel. Ha ezt grafikonon ábrázoljuk, akkor az origóból kiinduló egyenest kapunk, amelynek meredeksége fordítottan arányos a viszkozitással (kék görbe). Véráramlásnál az összefüggés a mérések szerint eltér az egyenestől, mégpedig annál inkább, minél nagyobb a vér hematokritértéke, azaz a vörösvértestek térfogataránya a teljes vérben. Az egyenestől való eltérés magyarázata a vér nem newtoni voltában rejlik, ami vörösvértestek jelenlétével függ össze. Alacsony áramlási sebesség esetén a vörösvértestek aggregációja létrejön, aminek eredményeképp a viszkozitás nő (görbék alsó nemilineáris szakasza). Magas áramlási sebesség esetén a nyíróerők megbontják a vörösvértest-aggregátumokat, és a vér viszkozitása csökken (görbék felső szakasza).



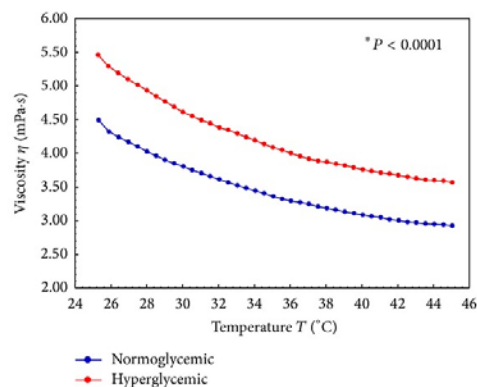
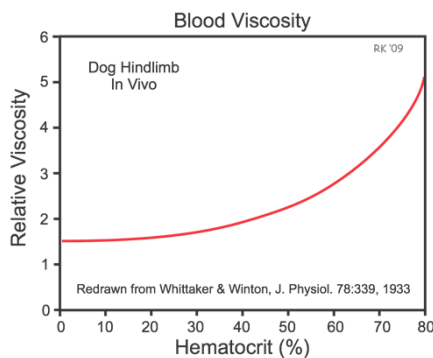
4. Gázok és folyadékok viszkozitása, áramlása

A vér viszkozitása

A vér viszkozitása nem állandó: $\eta(I_v, Hct, T)$

A vér viszkozitás (áramlási ellenállás) függ:

- Áramlási sebességtől (*fordított arányosság*)
- Hematocrit szinttől (*egyenes arányosság*)
- Hőmérséklettől (*fordított arányosság*)
- Betegség - Hyperviscosity syndrome (pl. leukémia, myeloma, diabetes mellitus)



A vér viszkozitása és ezáltal az áramlási ellenállás tehát nem állandó, hanem több tényező befolyásolja. Ezek közül a legfontosabbak:

1. **Áramlási sebességtől**, mely fordított arányosságot mutat (ld. előző dia).

2. A vérben levő alakos elemek koncentrációjától, azaz a **hematocrit szinttől**. A hematocrit szint növekedése növeli a vér viszkozitását és ezzel a véráramlás ellenállását is (bal oldali ábra).

3. **Hőmérséklettől** (fordított arányosság)

Csakúgy, mint a melasz vagy a méz, amikor a vér kihűl, "sűrűbbé" válik. Tehát fordított összefüggés van a hőmérséklet és a viszkozitás között. A vér viszkozitása kb. 2%-kal nő minden egyes Celsius-fokos csökkenésével. Normális esetben a vér hőmérséklete az emberi testben állandó. Ha azonban pl a kéz hideg környezetnek van kitéve, a növekvő vérviszkozitás a szimpatikus vazokonstriktióval együtt csökkenti a véráramlást a lehűlt régióban. Ha műtéti helyzetben vagy intenzív terápiában egész test hipotermiát alkalmaznak, ez a vér viszkozitásának növekedéséhez és a véráramlás romlásához vezethet.

4. **Betegség:** A hiperviszkozitási szindróma a tünetek egy csoportja, amelyet a vér viszkozitásának növekedése vált ki. A magas vérviszkozitás tünetei közé tartozik a nyálkahártya spontán vérzése, a retinopathia következtében fellépő látászavarok, valamint a fejfájástól a rohamokig és a kómáig terjedő neurológiai tünetek. A hiperviszkozitás a vér akár sejtjes, akár fehérjefrakcióinak kóros változásából következik be, például a policitémia, a myeloma multiplex (különösen az IgA és IgG3), a leukémia, a monoklonális gammopátiák, például a Waldenströmi makroglobulinémia, a sarlósejtes vérszegénység és a szepszis. A hyperviscosity szindrómák típusai patológiáknak változnak; ideértve a szérumban a hiperviszkozitást, amely neurológiai vagy szemészeti rendellenességeket okozhat; policitémias hiperviszkozitást, ami csökkent véráramlást vagy kapilláris perfúziót és pangást eredményez; valamint a vörösvérsejtek csökkent deformálódásának következtében kialakuló hiperviszkozitási szindrómák, amelyek gyakran a sarlósejtes vérszegénységben mutatkoznak meg.



Tanulási célkitűzések

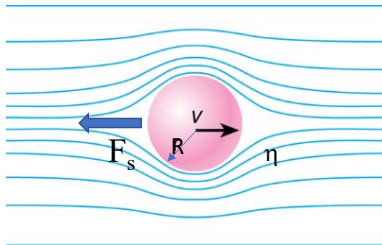
- 1. Milyen anyagállapotok fordulnak elő az élő szervezetben, hogyan írhatók le a jellemzőik?**
 - Az anyag 3 állapota
 - Nyomás, térfogat, sűrűség, térfogati áramerősség-áramsűrűség fogalma, mérése, mértékegységek
- 2. Milyen törvényszerűségekkel írható le a folyadékok/gázok áramlása az életfolyamatokban?**
 - Véráramlás sebességviszonyai: Kontinuitás egyenlet
 - Folyadékok/gázok dinamikája: Bernoulli-törvény
- 3. Mik a réteges (lamináris) és az örvénylő (turbulens) áramlások élettudományi vonatkozásai?**
 - Lamináris és turbulens áramlások ér- és légzőrendszerben
 - Vérnyomásmérési elvek (Riva-Rocci és Korotkov módszer, oszcillometriás elv)
- 4. Milyen áramlási veszteségek jelentkeznek az élő szervezetben?**
 - Newton-féle súrlódási törvény és a viszkozitás
 - Hagen–Poiseuille-törvény és az áramlási ellenállás
 - Csövek soros és párhuzamos kapcsolása
 - Vazodilatáció és vazokonstrikció jelentősége
 - Newtoni folyadékok és a vér, mint nem Newtoni folyadék
- 5. Hogyan jellemezhető az alakos elemek mozgása folyadékban?**
 - Stokes-törvény
 - Vörösvértest süllyedés, spermatoocita motilitás
- 6. Mi a felületi feszültség és a falfeszülés orvosi jelentősége?**
 - Laplace-törvény
 - Alveolusok nyitvatartása, aneurizma, szívtágulat

A továbbiakban megvizsgáljuk hogyan jellemezhető az alakos elemek mozgása folyadékban, ami a vér áramlástanban tulajdonságainak megértésében nyer jelentőséget.



5. Folyadékokban történő mozgások

Gömb alakú test mozgása viszkózus közegben



A részecskére erő hat (F_s):

- Mozgó folyadékban áll
- Álló közegben mozog

F_s függ:

- Sebességkülönbségtől (v)
- Gömb sugarától (R)
- Folyadék viszkozitásától (η)

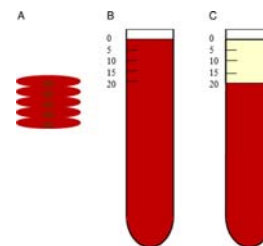
Stokes törvény:

$$F_s = 6\pi\eta Rv$$

Orvostudományi alkalmazás:

Vörösvértestre ható erő:

- eritrocita szedimentáció
- vörösvértest-süllyedés (15-30 mm/óra)



Spermatocita motilitás



Élettudományi szempontból fontos annak leírása, hogy mekkora súrlódási erő hat egy folyadékban mozgó testre (vagy álló testre, mely körül folyadék áramlik). Egyszerűsítésként gömb alakú test körüli lamináris áramlást taglalunk. Közvetlenül a gömb előtt és mögött a folyadék sebessége nulla lesz (az áramvonalak sűrűsége 0). A részecskére erő hat (F_s), mely függ a sebességkülönbségtől (v), a gömb sugarától (R) és a folyadék viszkozitásától (η). Ez a Stokes törvény.

Süllyedés: Az eljárás során az alvadásban gátolt vérben lévő sejtek **ülepedési sebességét határozzák meg**, oly módon, hogy a vért egy vékony csőben, függőleges helyzetben állni hagyják, majd egy óra elteltével a cső felső részén a sejtes elemektől megtisztult szalmaszárga plazmaszlop hosszát milliméterben meghatározzák. A csőben állni hagyott, alvadás gátolt vérben a vörösvértestek és a plazmafehérjék összetapadnak (aggregátumot képeznek), és a gravitációs erőtől leülepednek. Az aggregátumok keletkezési sebessége, mérete és ülepedése az egyes komponensektől, illetve mennyiségüktől függ.

Normálérték: Férfiak 50 év alatt: 15 mm/óra alatt Férfiak 50 év felett: 20 mm/óra alatt Nők 50 év alatt: 20 mm/óra alatt Nők 50 év felett: 30 mm/óra alatt

Mitől lehet magasabb? A süllyedés értéke magasabb lehet a következő állapotokban: fertőző betegségek, gyulladás, rosszindulatú daganatok, súlyos vérszegénység, vesebetegség, pajzsmirigy túlműködés.

Mitől lehet alacsonyabb? A vizsgálat eredménye több ok miatt lehet alacsonyabb - szívelégtelenség, vörösvérsejt-többlet, sarlósejtes vérszegénység -, de ezeknek kisebb a jelentősége, mint az emelkedett süllyedésértéknek.

A Stokes-törvény további élettudományi alkalmazása a spermocita motilitás (mozgékonyosság). Ennek során a közel gömb alakú spermium sejtek viszkózus közegben történő mozgását határozza meg.



Tanulási célkitűzések

- 1. Milyen anyagállapotok fordulnak elő az élő szervezetben, hogyan írhatók le a jellemzőik?**
 - Az anyag 3 állapota
 - Nyomás, térfogat, sűrűség, térfogati áramerősség-áramsűrűség fogalma, mérése, mértékegységek
- 2. Milyen törvényszerűségekkel írható le a folyadékok/gázok áramlása az életfolyamatokban?**
 - Véráramlás sebességviszonyai: Kontinuitás egyenlet
 - Folyadékok/gázok dinamikája: Bernoulli-törvény
- 3. Mik a réteges (lamináris) és az örvénylő (turbulens) áramlások élettudományi vonatkozásai?**
 - Lamináris és turbulens áramlások ér- és légzőrendszerben
 - Vérnyomásmérési elvek (Riva-Rocci és Korotkov módszer, oszcillometriás elv)
- 4. Milyen áramlási veszteségek jelentkeznek az élő szervezetben?**
 - Newton-féle súrlódási törvény és a viszkozitás
 - Hagen–Poiseuille-törvény és az áramlási ellenállás
 - Csövek soros és párhuzamos kapcsolása
 - Vazodilatáció és vazokonstrikció jelentősége
 - Newtoni folyadékok és a vér, mint nem Newtoni folyadék
- 5. Hogyan jellemezhető az alakos elemek mozgása folyadékban?**
 - Stokes-törvény
 - Vörösvértest süllyedés, spermatoocita motilitás
- 6. Mi a felületi feszültség és a falfeszülés orvosi jelentősége?**
 - Laplace-törvény
 - Alveolusok nyitvatartása, aneurizma, szívtágulat

Végül a felületi feszültség és a falfeszülés orvosi jelentőségét taglaljuk, mely jelenség a légzőhólyagok nyitvatartásában és különböző érrendszeri elváltozások hátterében nyer jelentőséget.

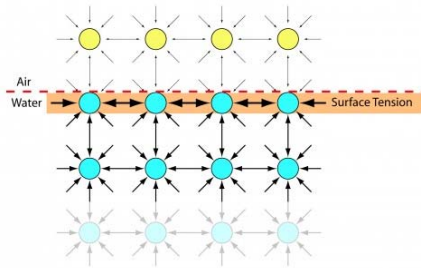


4. Felületi feszültség

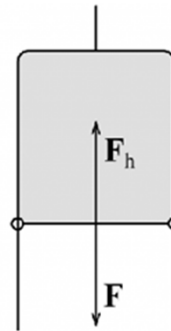
Határfelületi jelenségek – folyadékfilm (2 dimenzió)

A folyadék határfelületi rétegében

- aszimmetrikus erőhatások
- nagyobb energiájú állapot
- „rugalmas hártya” viselkedés



α : felületi feszültség [N/m]
A folyadékfelület egységnyi hosszúságú
vonaldarabjában fellépő felületi erő



Folyadékhártya szabadon mozgó részre
erőt fejt ki (F_h)

F_h arányos

- az elmozduló oldal l hosszával
- független a hártya területétől és
vastagságától:

$$F_h = 2l\alpha$$

$$\alpha = \frac{dF_f}{dL}$$

A szabad felszíne másképpen viselkedik, mint azt hidrosztatikai törvények alapján várnánk. A víz felszíne "behorpad", a felszín úgy viselkedik, mintha az egy rugalmas hártya lenne.

Megfigyelhető továbbá, hogy a folyadékok felszíne az edény falánál vízszintes sík helyett görbült felülettel jellemezhető.

A felületi feszültség léte a molekuláris erőkkel függ össze. A folyadékok határfelületi rétegében lévő alkotórészek más energetikai állapotban vannak, mint a folyadék belsejében lévők. Ennek oka az, hogy a folyadék felületén a kémiai és fizikai tulajdonságokat meghatározó mikrorészecskék környezetében a folyadék belseje felé azonos felépítésű folyadékmolekulák, míg a másik oldalon egy másik közeg, - például levegő - más tulajdonságú molekulái vannak. Így az aszimmetrikus erőhatások miatt nagyobb energiájú állapotban vannak, mint a folyadék belsejében elhelyezkedő, egymáshoz képest energetikailag kiegyensúlyozott társaik.

Vegyünk egy egyik végén szabadon mozgó keretet, melyet folyadék film tölt ki (ábra). Folyadékhártya a szabadon mozgó részre erőt fejt ki (F_h), mely független a hártya területétől és vastagságától és arányos az elmozduló oldal hosszával (l) és a folyadékra jellemző ún. felületi feszültségtől (α). A felületi feszültség a folyadékfelület egységnyi hosszúságú vonaldarabjában fellépő felületi erő.

http://goliat.eik.bme.hu/~tothaf/Tananyagok/Letoltesek/felulet_BSc.pdf

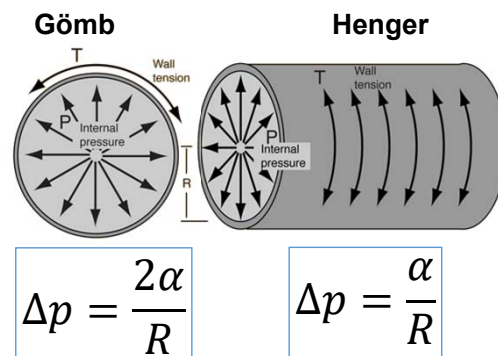
https://www.tankonyvtar.hu/hu/tartalom/tamop412A/2011-0064_01_kiserleti_fizika_1/ar01s09.html



4. Felületi feszültség

Határfelületi jelenségek – Gömb és henger (3 dimenzió)

$$\begin{aligned} \Delta F_h &= 2l\alpha & / & \quad l \sim R \\ \Delta F_h &= 2R\alpha & / & \quad \Delta p = \frac{\Delta F_h}{A} \sim \frac{\Delta F_h}{R^2} \\ \Delta p R^2 &= 2R\alpha \\ \Delta p R &= 2\alpha \end{aligned}$$



Laplace törvény

α : felületi feszültség [N/m]

A henger/gömb nyomása arányos a felületi feszültséggel, és fordítottan arányos a sugárral

A határfelületi jelenségeket nem csak keretre, hanem gömb és henger (3 dimenzió) vonatkozásában is kifejezhetjük. Ezeknek különös jelentősége lesz az élettudományokban. A megfelelő analógiák és behelyettesítések elvégzése után adódik, hogy a henger/gömb nyomása arányos a felületi feszültséggel, és fordítottan arányos a sugárral. Ez a Laplace törvény.

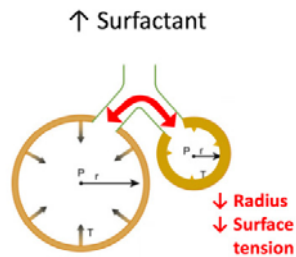
Ez magyarázza, hogy két különböző méretű szappanbuborék (vagy léggömb) összenyitása után a nagyobb szappanbuborék (vagy léggömb) növekszik tovább a kisebb méretű rovására.

Máté effektus: "Mindannak ugyanis, akinek van, még adnak, hogy bővelkedjék; akinek pedig nincsen, attól még azt is elveszik, amije van." (Mt 25, 29-30.)



4. Felületi feszültség

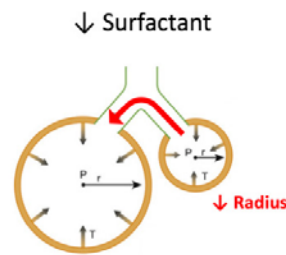
Alveolusok nyitvatartása



R=100 μm α=0.02 N/m p=4 cmH ₂ O	R=50 μm α=0.01 N/m p=4 cmH ₂ O
--	---

Alveolus méret ↓
Felületaktív réteg ↑
Felületi feszültség ↓
p kiegyenlítődik
Nyitott alveolusok

$$\Delta p = \frac{2\alpha}{R}$$



R=100 μm α=0.072 N/m p=14.4 cmH ₂ O	R=50 μm α=0.072 N/m p=28.8 cmH ₂ O
--	---

Alveolus méret ↓
Felületaktív réteg ↓
Felületi feszültség ↓
Alveolus kollapszus
Atelektázia

Pl. Acute respiratory distress syndrome (ARDS)
Bronchopulmonary dysplasia (BPD)

A felületi feszültség orvosi vonatkozásainak taglalását a légzőhólyagok (alveolusok) nyitva tartásával szemléltethetjük. A felületi feszültséget csökkentő felületaktív anyagot a légzőhólyagocskák pneumocita-II sejtjei termelik. A felületaktív anyag (surfactant) a felületi feszültséget csökkenti.

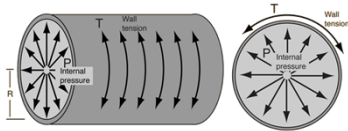
Élettani körülmények között: Alveolus méret csökkenése esetén (heterogenitás) a felületaktív réteg vastagsága megnő, ami a felületi feszültséget a kisebb alveolusban csökkenti. Ez a nyomás kiegyenlítéséhez vezet, ami mindkét alveolus nyitottságát eredményezi.

Kóros (surfactant hiányos) állapotban: A kisebb méretű alveolusban a felületi feszültség csökkenése nem tudja kompenzálni a méret változását, és a Laplace-törvény értelmében összezáródik. Ez a jelenség áll az ún, restriktív tüdőbetegségek nagy részének háttérében, pl. acute respiratory distress syndrome (ARDS) vagy bronchopulmonary dysplasia (BPD).

Koraszülötteknél szintén probléma lehet a surfactant termelés hiánya, ezt külső surfactant kezeléssel pótolhatják.



4. Falfeszülés



$$\Delta p = \frac{\alpha}{R}$$

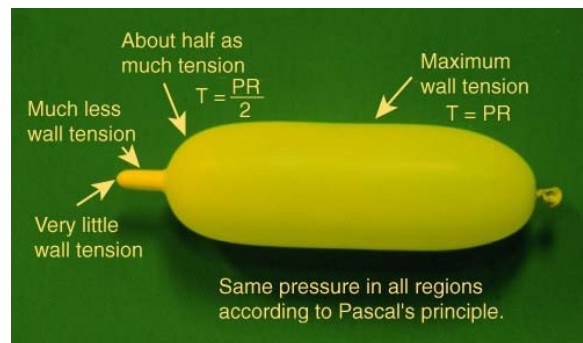
$$\Delta p = \frac{2\alpha}{R}$$

Falfeszülés:

$T = \alpha/s$, ahol s a falvastagság
[N/m/m = N/m²]

$$T = \frac{\Delta p R}{s}$$

$$T = \frac{\Delta p R}{2s}$$



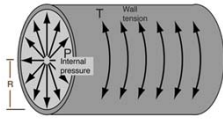
- Adott R -nél és Δp -nél a gömb falában fele akkora a falfeszülés
- Adott Δp -nél minél nagyobb az R , annál nagyobb az erek falfeszülése
 - kiserek nyomástűrőbbek
 - értágulatok nagy erekben alakulnak ki

Laplace törvénye a falfeszülésre is felírható (T : tenzió). A falfeszülés az egységnyi falvastagságra eső felületi feszültségként is felfogható ($T = \alpha/s$). Ha ezt behelyessítjük a korábbi egyenletekben, akkor azt kapjuk, hogy a falfeszülés arányos az üreg két oldala közti nyomáskülönbséggel (Δp) és az üreg sugarával (R), fordítottan arányos a falvastagsággal (s). Hengeres üregekben a falfeszülés kétszer akkora, mint azonos sugarú gömb alakú üregekben. Ennek megfelelően a hegyes-gömb felületekben a falfeszülés a hengeres részen a legnagyobb. Fontos orvosi vonatkozás, hogy adott nyomáskülönbség esetén minél nagyobb a görbületi sugár (R), annál nagyobb az erek falfeszülése. Ebből adódóan a kiserek nyomástűrőbbek és az értágulatok inkább nagy erekben alakulnak ki.

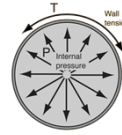
<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/ptens.html#lap2>



4. Falfeszülés

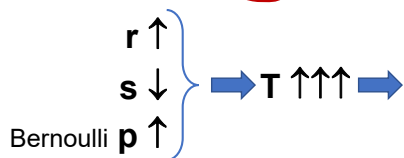
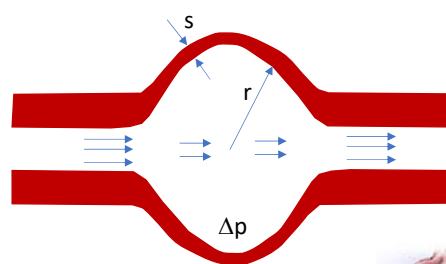


$$T = \frac{\Delta p R}{s}$$

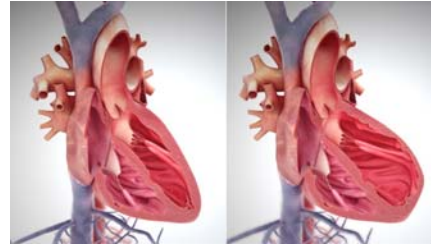


$$T = \frac{\Delta p R}{2s}$$

1. Aneurizma: ruptúrára hajlamosító tényező



2. Szívtágulat: Falfeszülés növekedés



$$\Delta p = \frac{T 2s}{R}$$

Szívnagyobbodás ($R \uparrow$):
nagyobb falfeszülés kell ($T \uparrow$) adott
nyomás (Δp) létrehozásához

Tovább részletezve az orvostudományi vonatkozásokat, két fontos kóros jelenségnél különösen fontos a falfeszülés biofizikája.

Aneurizma: A test nagyobb artériái nagyobb falfeszültségnek vannak kitéve, mint a kisebb artériák és kapillárisok. A falfeszülés a Laplace törvénynek megfelelően egy adott vérnyomás esetén arányos az adott érszakasz sugarával. Ha az artéria fala körösen meggyengül és ennek következtében kitágul, úgy tűnhet, hogy a tágulás csökkenti az érszakasz mechanikai terhelését, de valójában ennek épp az ellenkezője igaz. A klasszikus „ördögi körben” a tágulat átmérő növekedéssel jár, ami még nagyobb feszültségnek teszi ki a legyengült érfalet. A legyengült ér tovább tágulhat az aneurizmában, és ellenőrizetlenül ez az állapot az ér felszakadásához vezethet. Ezért az aneurizmák azonnali orvosi ellátást igényelnek. Az artériában egy lokalizált gyenge pont némi átmeneti feszültségoldást nyerhet ha gömb alak felé terjeszkedik, mivel egy gömb alakú membrán fele akkora falfeszüléssel rendelkezik egy adott sugarú hengerhez képest.

Szívtágulat: Szívtágulat esetén (megnövekedett sugar) nagyobb feszültséget kell kifejteni a szívizomzatnak egy adott nyomás elérése érdekében.



Összefoglalás

Áramlástan az orvostudományokban

	Egyenlet	Mit ír le?	Orvosi vonatkozás
Kontinuitás egyenlet	$Av = k$	Térfogati áramerősség állandósága	Centrális/perifériás vér/lég-áramlási sebesség
Bernoulli törvény	$p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = k$	Teljes nyomás komponensei	Dinamikus kollapszus, stenosis, aneurizma
Reynolds-szám	$Re = \frac{vD\rho}{\eta}$	Lamináris/turbulens áramlás	Keringés/légzés turbulenciák, diagnosztikus hangok
Newton-féle súrlódási törvény	$F = \eta A \frac{\Delta v}{\Delta h}$	Viszkózitás fogalma	Belső súrlódás keringési-légzőrendszerben
Hagen–Poiseuille-törvény	$I_v = -\frac{\pi}{8\eta} r^4 \frac{\Delta p}{\Delta l}$	Áramlás hengeres csövekben	Vaszkuláris/légúti tónus szabályozása
Vérviszkózitás	$\eta(I_v, Hct, T)$	Nem Newtoni folyadék	Áramlási sebesség, Hct, T függés
Stokes-törvény	$F_s = 6\pi\eta Rv$	Gömbre ható erők áramló közegben	Vörösvértestre/sperma-tocitára ható erők
Laplace-törvény	$\Delta p_h = \frac{2\alpha}{R}, \Delta p_g = \frac{\alpha}{R}$	Felületi feszültség, falfeszülés	Alveolusok nyitottsága, aneurizma, szívtágulat

Összefoglalásképp a mai előadásban taglalt orvostudományi vonatkozású áramlástan törvényszerűségeket gyűjti össze a táblázat. A bal oldali oszlopokban a vonatkozó fizikai törvény és annak matematikai leírása található. Az utolsó két oszlop a törvény szöveges értelmezését és annak orvosi vonatkozását taglalja.