Rezgések és hullámok. Optika

Az érzékelés alapjai

Makra Péter
Orvosi Fizikai és Orvosi Informatikai Intézet
2020. szeptember 28.

Mi a rezgőmozgás?

- ***periodikus folyamat:*** adott időnként ismétlődő folyamat
- ***rezgőmozgás:*** olyan periodikus folyamat, amelyben a test mindig egy *egyensúlyi helyzeten* halad át, egyszer oda, másszor vissza
- a rezgőmozgás mindig periodikus, de nem minden periodikus mozgás rezgőmozgás
- példák:
    - az óra mutatói: periodikus, de nem rezgőmozgás
    - körmozgás: periodikus, de nem rezgőmozgás
    - a Föld Nap körüli pályája: periodikus, de nem rezgőmozgás
    - inga: rezgőmozgás

A rezgőmozgást leíró mennyiségek

- ***periódusidő*** (T): az az idő, amely elteltével a periodikus folyamat megismétlődik
- ***frekvencia*** (f vagy ν): az 1 s alatt lezajló ciklusok száma – a periódusidő reciproka

$$\boxed{f = \frac{1}{T}}$$

- a frekvencia SI-egysége a *hertz*:

$$[f] = 1\,\frac{1}{\mathrm{s}} = 1\,\mathrm{Hz}$$

A rezgőmozgás dinamikája

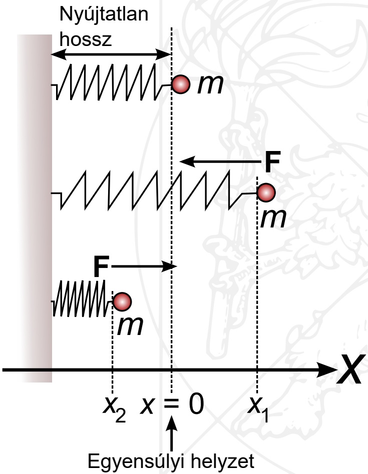
a rezgőmozgás dinamikai föltétele: az eredő erő (vagy forgatónyomaték) **visszatérítő** jellegű legyen, azaz **mindig az egyensúlyi helyzet felé kényszerítse vissza** a testet

Mi a harmonikus rezgőmozgás?

Harmonikus rezgőmozgás: egy test mozgása harmonikus rezgőmozgás akkor és csak akkor, ha a test gyorsulása az egyensúlyi helyzettől vett kitéréssel arányos és azzal ellentétes irányú.

$$\mathbf{a} \propto -\Delta \mathbf{r}$$

Rugón rezgő test



$$F_x = -kx$$

$$F_x = ma$$

$$a = -\frac{k}{m}x$$

A harmonikus rezgőmozgás egyenlete

- a harmonikus rezgőmozgás definíciója:

$$a(t) \propto -x(t)\ \forall t$$

- jelöljük az arányossági tényezőt ω^2-tel:

$$a(t) = -\omega^2 x(t)$$

- egy rugón rezgő testre:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- használjuk ki a gyorsulás definícióját:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 x(t)} \qquad (1)$$

A harmonikus rezgőmozgás egyenlete

- Melyik függvény arányos saját második deriváltjával?

A harmonikus rezgőmozgás egyenlete

- Melyik függvény arányos saját második deriváltjával?
  A $\sin(x)$ függvény:

A harmonikus rezgőmozgás egyenlete

- Melyik függvény arányos saját második deriváltjával? ☛
  A $\sin(x)$ függvény:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\sin(x)\right] = \cos(x)$$

A harmonikus rezgőmozgás egyenlete

- Melyik függvény arányos saját második deriváltjával? ☛
  A $\sin(x)$ függvény:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\sin(x)\right] = \cos(x)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\left[\sin(x)\right] = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\cos(x)\right] = -\sin(x) \checkmark$$

A harmonikus rezgőmozgás egyenlete

- Melyik függvény arányos saját második deriváltjával? ☛
  A $\sin(x)$ függvény:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\sin(x)\right] = \cos(x)$$

$$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\left[\sin(x)\right] = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\cos(x)\right] = -\sin(x) \ ✔$$

☛ megoldás: $x(t) = A \cdot \sin\left(\omega t + \phi_0\right)$

Amplitúdó és fázis

- ***amplitúdó*** (A) – az egyensúlyi helyzettől mért legnagyobb kitérés: $\boxed{A := x_{\text{max}}}$
- a szinuszfüggvény argumentumában lévő kifejezést **fázis**nak nevezzük:

$$\phi := \omega t + \phi_0$$

- a fázis az a szög, amely leírja a rezgőmozgás *aktális állapotát*, pl. a $\phi = 0$ a ciklus kezdetét (az egyensúlyi állapotot), $\phi = \pi/2$ a legnagyobb kitérést, míg $\phi = \pi$ a ciklus közepét (az egyensúlyi helyzetbe való visszatérést) jelenti
- a ϕ_0 ***kezdőfázis*** a test kezdeti x_0 kitérésével függ össze:

$$x_0 := x(t = 0) = A \cdot \sin(\omega \cdot 0 + \phi_0) = A \cdot \sin(\phi_0)$$

Kitérés, sebesség és gyorsulás

- a kitérés a t időpillanatban:

$$x(t) = A \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \phi_0\right)$$

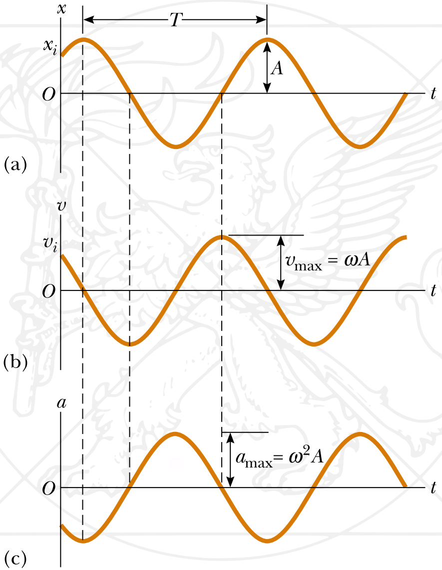
- a sebesség a t időpillanatban:

$$v(t) = A \cdot \omega \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \phi_0\right)$$

- a gyorsulás a t időpillanatban:

$$a(t) = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \phi_0\right) = -\omega^2 \cdot x(t)$$

Kitérés, sebesség és gyorsulás



Mechanikai energia

- mozgási energia:

$$E_\mathrm{K} = \frac{1}{2}mv^2$$

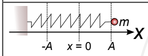
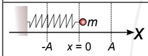
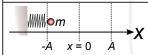
- a rezgő test helyzeti energiája:

$$E_\mathrm{P} = \frac{1}{2}kx^2$$

- mechanikai energia:

$$E_\mathrm{M} = E_\mathrm{K} + E_\mathrm{P} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

Mozgási és helyzeti energia

	v	x	E_K	E_P	$E_\mathrm{K} + E_\mathrm{P}$
	0	A	0	$\frac{1}{2}kA^2$	$\frac{1}{2}kA^2$
	$A \cdot \omega$	0	$\frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}kA^2$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
	0	$-A$	0	$\frac{1}{2}k(-A)^2 = \frac{1}{2}kA^2$	$\frac{1}{2}kA^2$

$\Rightarrow$ **A mozgás során a mechanikai energia állandó.**

A mechanikai energia állandó I

- a mechanikai energia:

$$E_\mathrm{M} = E_\mathrm{K} + E_\mathrm{P} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$E_\mathrm{M} = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t + \phi_0) + \frac{1}{2}kA^2\sin^2(\omega t + \phi_0)$$

- a k és ω közötti kapcsolat:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow m\omega^2 = k$$

A mechanikai energia állandó II

- így a mozgás során a mechanikai energia értéke állandó:

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{M}} &= \frac{1}{2}kA^2\cos^2\left(\omega t+\phi_0\right)+\frac{1}{2}kA^2\sin^2\left(\omega t+\phi_0\right)\\
&= \frac{1}{2}kA^2\cdot\left[\cos^2\left(\omega t+\phi_0\right)+\sin^2\left(\omega t+\phi_0\right)\right]=\\
&= \frac{1}{2}kA^2
\end{aligned}
$$

Csillapodó rezgőmozgás I

- a harmonikus rezgőmozgás csak ideális rendszerekben, súrlódás nélküli esetben valósulhat meg
- valós rendszerekben súrlódás fékezi a mozgást, így a rendszer mechanikai energiája idővel elfogy
- példa: rugón rezgő test viszkózus közegben
- a fékezőerők (mint a súrlódás) gyakran az alábbi alakba írhatók:

$$\mathbf{F}_{\mathrm{R}} = -\gamma \mathbf{v} = -\gamma \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t},$$

ahol γ a *csillapítási tényező*

Csillapodó rezgőmozgás II

- az eredő erő egy dimenzióban, a $-kx$ visszatérítő erő és a fékezőerő figyelembevételével:

$$\sum F_x = -kx - \gamma \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

- így a csillapodó rezgés alapegyenlete:

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -kx - \gamma \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

Csillapodó rezgőmozgás III

- a csillapodó rezgés alapegyenlete más alakban:

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\gamma}{m}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \frac{k}{m}x = 0$$

- ennek az egyenletnek kétféle megoldása létezik a γ csillapítási tényező nagyságának függvényében
- a kritikus csillapítási tényező:

$$\gamma_\mathrm{c} = 2m\omega_0 = 2\sqrt{km},$$

A sajátfrekvencia

az ω_0 tényező neve **sajátfrekvencia** – a magára hagyott, csillapítás nélküli rezgés (a megfelelő harmonikus rezgés) körfrekvenciája:

$$\omega_0 := \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Alulcsillapított rezgések

- amikor $\gamma < \gamma_c$
- a mozgás rezgőmozgás jellege megmarad, de az amplitúdó idővel csökken és a mozgás végül megszűnik

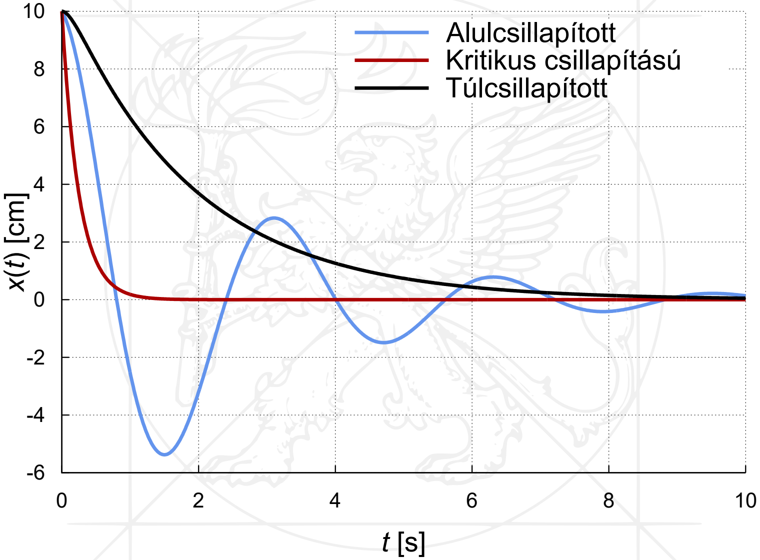
Kritikus csillapítású mozgás

- amikor $\gamma = \gamma_c$
- nincsenek rezgések, csak visszatérés az egyensúlyi helyzetbe
- a kritikus csillapítás esetén a leggyorsabb a visszatérés az egyensúlyi helyzetbe

Túlcsillapított mozgás

- amikor $\gamma > \gamma_c$
- nincsenek rezgések, csak visszatérés az egyensúlyi helyzetbe, de lassabban, mint kritikus csillapítás esetén

Alul- és túlcsillapított mozgás



Alulcsillapított rezgések I

- a kitérés az alulcsillapított rezgés során az alábbi módon adható meg:

$$x(t) = A \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\gamma}{2m} \cdot t} \sin\left(\omega t + \phi_0\right)$$

- ahol a csillapított rezgés ω körfrekvenciája a következőképpen áll elő:

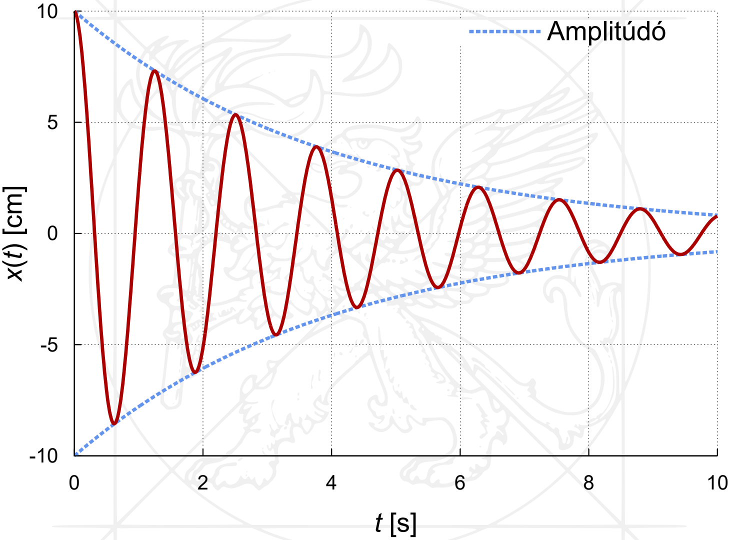
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\gamma}{2m}\right)^2}$$

Alulcsillapított rezgések II

- a körfrekvencia a csillapítás következtében kisebb a sajátfrekvenciánál
- a rezgés szinuszoid, de az amplitúdója exponenciálisan csökken
- az amplitúdó időfüggése:

$$A(t) = A \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\gamma}{2m} \cdot t}$$

Alulcsillapított rezgések



Kényszerrezgések I

- az elveszett mechanikai energia pótlására periodikus gerjesztőerőt alkalmazunk
- példa: a hintázó gyermeket a szülő rendszeres időközönkénti lökései tartják lengésben
- a periodikus gerjesztőerő:

$$F(t) = F_0 \sin(\omega t)$$

- a testre ható eredő erő:

$$F(t) - kx - \gamma v$$

Kényszerrezgések II

- Newton második törvénye értelmében:

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = F_0 \sin(\omega t) - \gamma\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - kx$$

- m-mel leosztva és átrendezve:

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\gamma}{m}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 x = F_0 \sin(\omega t)} \qquad (2)$$

Kényszerrezgések III

- ω_0 itt is, mint korábban, a csillapítatlan rezgés sajátfrekvenciája:

$$\omega_0 := \sqrt{\frac{k}{m}}$$

- kezdetben a mozgás ***tranziens*** jellegű: keveredik benne a csillapodó rezgés a gerjesztőerő hatásával; idővel fölülkerekedik a gerjesztőerő és kialakul az ***állandósult mozgás***, amelynek tulajdonságait a gerjesztőerő szabja meg

Kényszerrezgések IV

- az állandósult mozgást leíró megoldása a (2) egyenletnek az alábbi:

$$x(t) = A \cdot \cos\left(\omega t + \phi\right),$$

- ahol az A amplitúdó a ω_0 sajátfrekvenciának, a gerjesztőerő ω körfrekvenciájának és a γ csillapítási tényezőnek a függvénye:

$$A(\omega) = \frac{F_0/m}{\sqrt{\left(\omega^2 - \omega_0^2\right)^2 + \left(\frac{\gamma\omega}{m}\right)^2}}$$

Rezonancia I

- a kényszerrezgés amplitúdója akkor maximális, amikor az előbbi kifejezés nevezője minimális
- ez akkor következik be, amikor a gerjesztőerő körfrekvenciája közel esik a rendszer sajátfrekvenciájához:

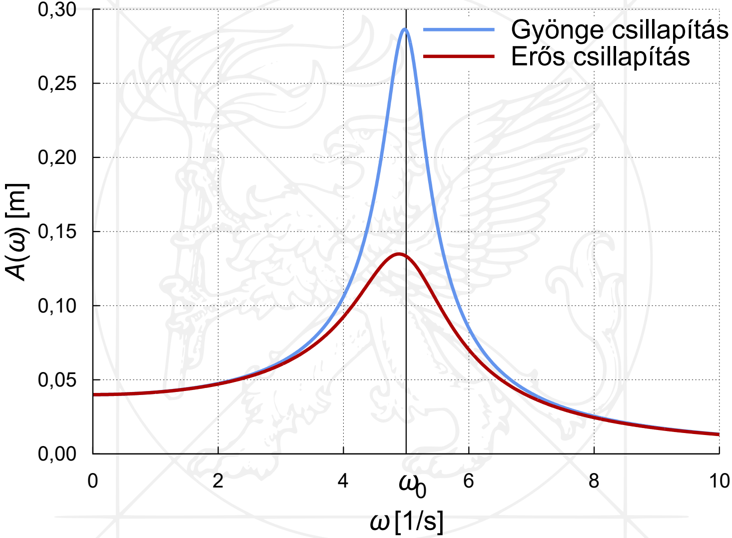
$$\omega \approx \omega_0$$

- ***rezonancia:*** a kényszerrezgések amplitúdójának hirtelen megnövekedése, amely akkor következik be, amikor a gerjesztőerő körfrekvenciája az ω_0 sajátfrekvenciához közelít

Rezonancia II

- az ω_0-t ***rezonanciafrekvenciának*** is nevezik
- példák:
  - 1940-ben a Washington állambeli Tacoma Narrows híd megsemmisült, mert a széllökések rezonanciára kényszerítették
  - hídon menetelő katonák: nem léphetnek egyszerre, nehogy rezonanciát idézzenek elő

Rezonancia



0,30
0,25
0,20
0,15
0,10
0,05
0,00
A(ω) [m]
Gyönge csillapítás
Erős csillapítás
0
2
4
ω0
6
8
10
ω [1/s]

Hullám: térben és időben periodikus

$$y(x,t) = A \cdot \sin\left(kx - \omega t + \phi_0\right)$$

Hullám: térben és időben periodikus

$$y(x,t) = A \cdot \sin\left(kx - \omega t + \phi_0\right)$$

térbeli | időbeli

Hullám: térben és időben periodikus

$$y(x,t) = A \cdot \sin\left(kx - \omega t + \phi_0\right)$$

térbeli | időbeli

Hullámok

- **hullám:** térben tovaterjedő periodikus zavar
- a hullámok a rezgésekkel vannak kapcsolatban: egy ponton kialakuló rezgés valamilyen kölcsönhatás (pl. rugalmas erő) útján a szomszédos térrészekbe is tovaterjed valamekkora késéssel
- „terjedő rezgések”
- csak a rezgésállapot (és vele az energia) terjed, nem az anyag: pl. a vízhullámok terjedése adott sebességgel nem jelenti azt, hogy a vízmolekulák is abba az irányba mozognak

Példa: hullámok kötélen

Hullámok típusai

Mechanikai | elektromágneses

- **mechanikai hullám:** egy közegben mechanikai kölcsönhatások útján terjedő hullám
  - közeg szükséges a terjedéshez („*In space, no one can hear you scream.*”)
  - EG hang, kötélen haladó hullámok, földrengések
- **elektromágneses hullám:** az elektromágneses indukción alapuló jelenség, az elektromos és mágneses tér egymáshoz kapcsolt, térben tovahaladó oszcillációja
  - nem szükséges közeg a terjedéshez
  - EG fény, röntgensugarak, rádióhullámok, mikrohullámok

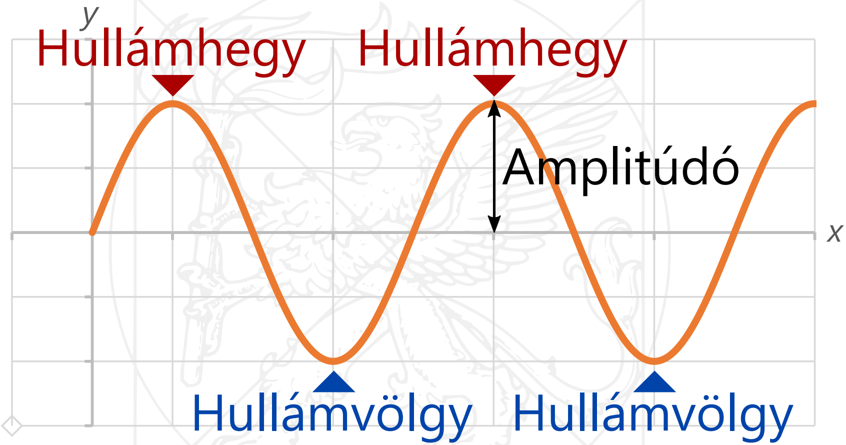
Hullámok típusai

Transzverzális | longitudinális

- **transzverzális hullám:** az oszcillációk a terjedés irányára merőlegesek
  - EG kötélen haladó hullámok, elektromágnes hullámok
- **longitudinális hullám:** az oszcillációk a terjedés irányával egybeesnek
  - EG hang, rugón hosszanti irányban végigfutó sűrűsödések és ritkulások

Példa: transzverzális és longitudinális hullámok rugón

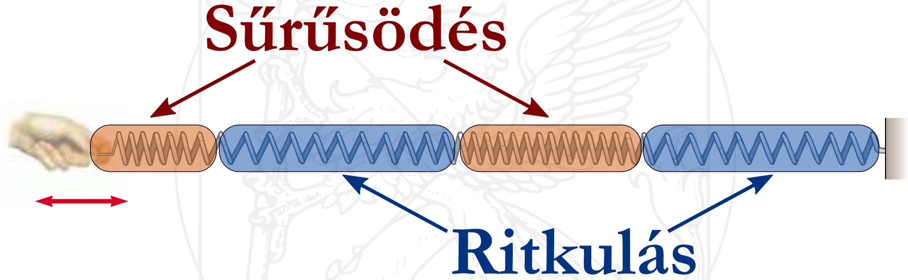
Hullámhegyek és hullámvölgyek



Hullámhegyek és hullámvölgyek

- **hullámhegy:** a tér olyan pontja egy adott pillanatban, ahol a kitérés az egyensúlyi helyzetből a legnagyobb
- **hullámvölgy:** a tér olyan pontja egy adott pillanatban, ahol a kitérés az egyensúlyi helyzetből a legkisebb (a legnagyobb az ellentett irányban)
- a hullám terjedése: hogyan változik egy kiszemelt hullámhegy vagy hullámvölgy helyzete az idővel

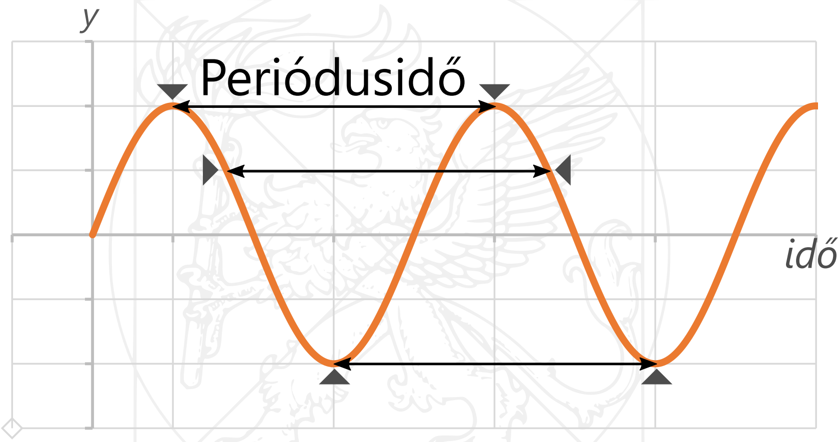
Sűrűsödések és ritkulások



Sűrűsödések és ritkulások

- **sűrűsödés:** a tér olyan pontja egy adott pillanatban, ahol az oszcilláló mennyiség (pl. nyomás vagy sűrűség hanghullámoknál, vagy a menetsűrűség a rugónál) a legnagyobb
- **ritkulás:** a tér olyan pontja egy adott pillanatban, ahol az oszcilláló mennyiség (pl. nyomás vagy sűrűség hanghullámoknál, vagy a menetsűrűség a rugónál) a legkisebb
- a hullám terjedése: hogyan változik egy kiszemelt sűrűsödés vagy ritkulás helyzete az idővel

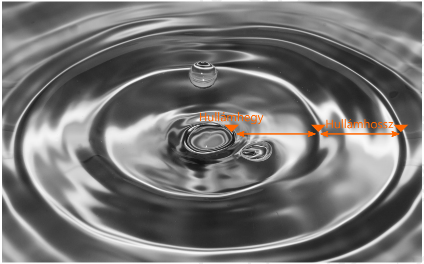
Időbeli periodicitás

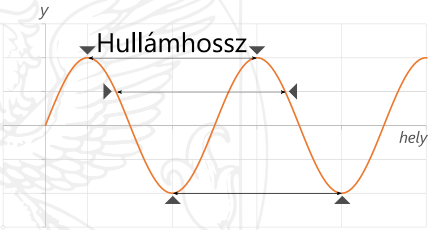


Időbeli periodicitás

- ha kiszemelünk egy pontot a térben és követjük a releváns mennyiség – a vízszint vagy az elektromos vagy mágneses tér – változását az időben, oszcillációt kapunk
- a releváns mennyiség az idő periodikus függvénye; a **periodicitást jellemző mennyiségek ugyanazok, mint a rezgéseknél**

Térbeli periodicitás





Térbeli periodicitás

- ha egy adott időpillanatban nézzük a hullám alakját – például fényképet készítünk róla –, olyan mintázatot látunk, amely egyenlő távolságonként ismétlődik
- **hullámhossz:** a legkisebb távolság a térben két azonos fázisú pont (pl. két szomszédos hullámhegy) között

A térbeli periodicitás mérőszámai

- **hullámhossz λ:** a legkisebb távolság a térben két azonos fázisú pont (pl. két szomszédos hullámhegy) között
- *hullámszám:* hány ciklus van a térben hosszegységenként; a frekvencia térbeli megfelelője

$$\tilde{\nu} := \frac{1}{\lambda}$$

- *körhullámszám* (k), gyakrabban csak **hullámszám:** a körfrekvencia térbeli megfelelője

$$\boxed{k := \frac{2\pi}{\lambda}}$$

A hullám terjedési sebessége

- kövessünk egy kiválasztott hullámhegyet addig, míg ugyanazt a pozíciót foglalja el, mint a megfigyelés kezdetén a szomszédos hullámhegy
- a hullámhossz definíciójából következik, hogy a hullámhegy pontosan egy λ hullámhossznyit utazott
- ez idő alatt a nyomon követett hullámhegy eredeti helyén éppen egy újabb hullámhegy figyelhető meg, tehát az eltelt idő pontosan egy periódus, T

A hullám terjedési sebessége

- az előzőekből következik, hogy a hullám terjedési sebessége

$$v = \frac{\lambda}{T} = f\lambda$$

- alternatív alak más mennyiségekkel:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi/k}{2\pi/\omega} = \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\omega}{k}$$

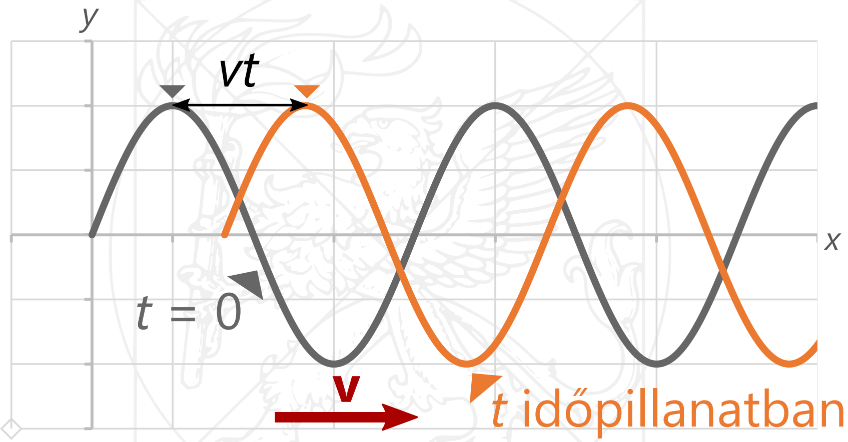
- a hullám sebessége **csak a közegtől és a hullámtípustól** (transzverzális vagy longitudinális) függ
- a hullámhossz és frekvencia nem függetlenek egy adott hullámra adott közegben, hanem az **egyik** a terjedési sebesség ismeretében **meghatározza a másikat**

Hullámfüggvény

- **hullámfüggvény:** a hullámot meghatározó mennyiség – pl. elektromos térerősség vagy a kötél kitérése – térbeli és időbeli változásait meghatározó függvény
- általában az $\mathbf{r}$ helyvektor és a t idő függvénye: $y = y(\mathbf{r}, t)$
- egy dimenzióban csak egy x koordináta jellemzi a helyzetet:

$$y = y(x, t)$$

A hullámfüggvény időfejlődése



A hullámfüggvény időfejlődése

- tekintsünk egy pozitív x irányba haladó hullámot; szürke a $t = 0$ kezdeti, narancs a t későbbi időpillanatnak megfelelő helyzet
- az ábrából látszik, hogy a t időpillanatbeli hullámfüggvény értéke ugyanaz, ami a $t = 0$ időpillanatban tőle vt távolságban balra volt az érték, azaz az $y(x, t)$ hullámfüggvényt megkaphatjuk az $y(x, 0)$ hullámforma jobbra tolásával:

$$y(x, t) = y(x - vt, 0)$$

- negatív irányban haladó hullám esetén balra kell tolni:

$$y(x, t) = y(x + vt, 0)$$

Szinuszos hullámok hullámfüggvénye I

- a szinuszos hullámforma λ hullámhosszal periodikus:
  $A\sin\left(a[x+\lambda]\right) = A\sin\left(ax\right), \Rightarrow a(x+\lambda) = ax + 2\pi,$
  ahol a egy ismeretlen paraméter, de könnyen belátható, hogy ez maga a (kör)hullámszám:
  $$ax + a\lambda = ax + 2\pi, \Rightarrow a = \frac{2\pi}{\lambda} = k$$
- a kezdeti hullámforma tehát
  $y(x,0) = A\sin\left(kx\right)$

Szinuszos hullámok hullámfüggvénye II

- a fönti megfontolásokból a pozitív x irányba haladó hullámra

$$
\begin{aligned}
y(x,t) = y(x - vt, 0) &= A \sin\left(k[x - vt]\right) = \\
&= A \sin\left(kx - kvt\right) = A \sin\left(kx - k\frac{\omega}{k}t\right) = \\
&= A \sin\left(kx - \omega t\right)
\end{aligned}
$$

- a (kör)hullámszám és a körfrekvencia definícióját használva

$$
\begin{aligned}
y(x,t) &= A \sin\left(kx - \omega t\right) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t\right) = \\
&= A \sin\left(2\pi\left[\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right]\right)
\end{aligned}
$$

Szinuszos hullámok hullámfüggvénye

- pozitív x irányba tartó hullámnál

$$y(x,t) = A \cdot \sin\left(kx - \omega t\right) = A \cdot \sin\left(2\pi \left[\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right]\right)$$

- negatív x irányba tartó hullámnál

$$y(x,t) = A \cdot \sin\left(kx + \omega t\right) = A \cdot \sin\left(2\pi \left[\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right]\right)$$

Fázis

- a hullámfüggvényben a szinusz radiánban kifejezett argumentumát **fázis**nak nevezzük:

$$\phi(x,t) := kx - \omega t = 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right).$$

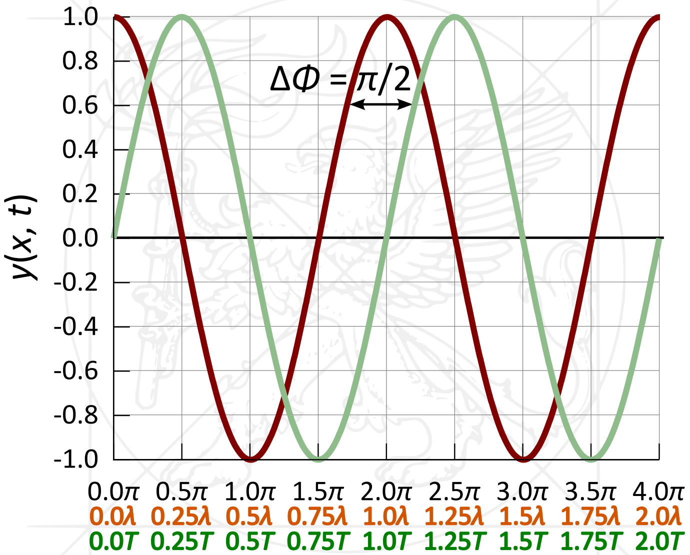
- a fázis meghatározza, hogy adott helyen és időben milyen állapotban találjuk a hullámot
- hullámhegyek (vagy sűrűsödési helyek) fázisa (i tetszőleges egész szám):

$$\phi_{\text{hullámhegy}} = \frac{\pi}{2} + i\cdot 2\pi,$$

- hullámhegyek (vagy ritkulási helyek) fázisa:

$$\phi_{\text{hullámvölgy}} = \frac{3\pi}{2} + i\cdot 2\pi$$

Fáziskülönbségek



Kezdőfázis

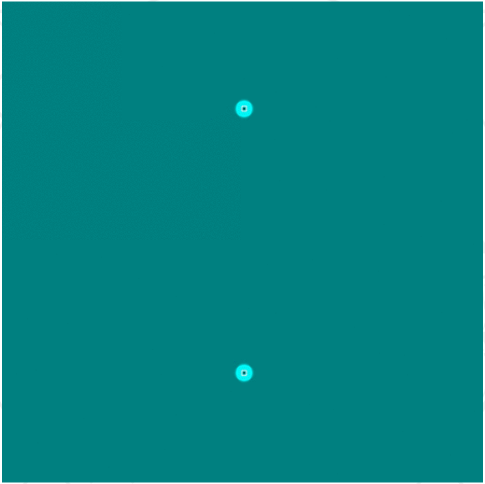
- a hullámfüggvény $y(x,t) = A \cdot \sin(kx - \omega t)$ alakja azt föltételezi, hogy kezdetben a kiindulópontban 0 volt az érték: $y(0,0) = 0$
- az általános leíráshoz be kell vezetnünk a ϕ_0 **kezdőfázist**, amelynek a szinusza megadja, hogy az amplitúdó mekkora hányada volt a kezdőérték:

$$y(0,0) = A \cdot \sin(\phi_0)$$

- a kezdőfázissal a hullámfüggvény általános alakja

$$\boxed{y(x,t) = A \cdot \sin(kx \mp \omega t + \phi_0)}$$

Szuperpozíció



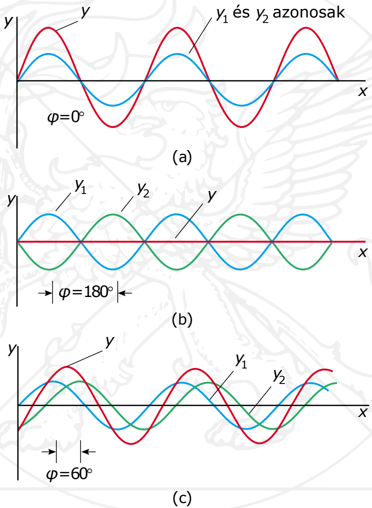
Szuperpozíció, interferencia, koherencia

- hullámok találkozásakor a fáziskülönbségtől függő komplex térbeli-időbeli mintázat alakul ki
- az eredő hullámfüggvény az egyes hullámfüggvények összege (**szuperpozíció**):

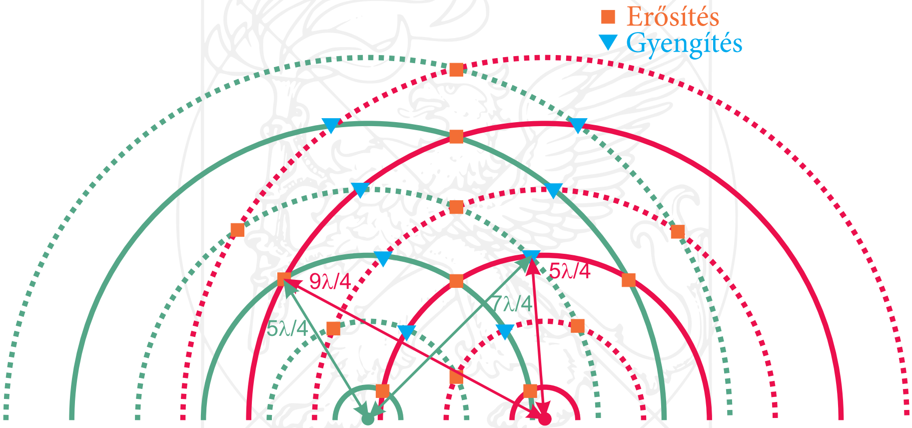
$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) + \ldots = \sum_i y_i(x,t)$$

- **interferencia**: állandó fázisviszonyok esetén létrejövő mintázat, amelyben maximális erősítési és gyengítési helyek váltakoznak
- **koherencia**: a találkozó hullámok azon tulajdonsága, hogy fáziskülönbségük állandó, így interferenciára képesek

Hullámok szuperpozíciója



Interferenciamintázat

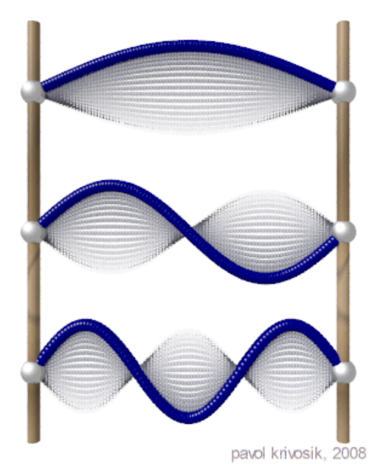


Konstruktív és destruktív interferencia

- **konstruktív** interferencia: a találkozó hullámok maximálisan erősítik egymást
  - ha a fáziskülönbségük π **páros** számú többszöröse
  - ha a köztük lévő útkülönbség a $\frac{\lambda}{2}$ félhullámhossz **páros** számú többszöröse
- **destruktív** interferencia: a találkozó hullámok maximálisan gyöngítik egymást
  - ha a fáziskülönbségük π **páratlan** számú többszöröse
  - ha a köztük lévő útkülönbség a $\frac{\lambda}{2}$ félhullámhossz **páratlan** számú többszöröse

Vékonyréteg-interferencia

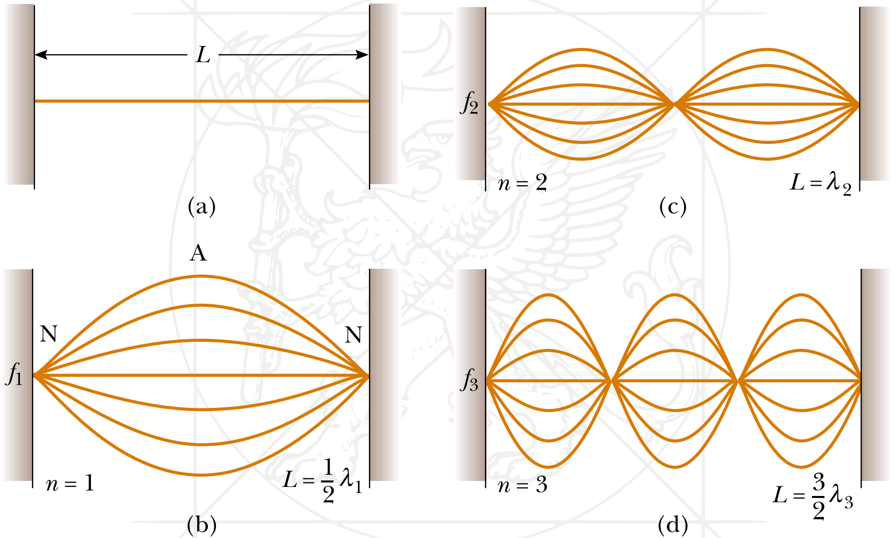
Állóhullámok



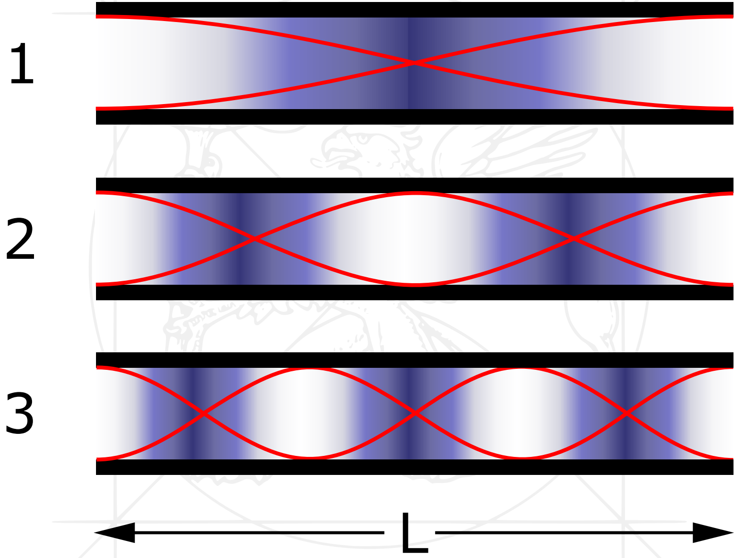
Állóhullámok

- **állóhullám:** ha hasonló, de ellenkező irányba haladó hullámok találkoznak, olyan hullám lesz az eredmény, amelyik nem terjed, hanem egy helyben oszcillál
- **csomópont**: olyan hely, ahol mindig 0 a kitérés
- **duzzadóhely**: olyan hely, ahol az amplitúdó a legnagyobb minden időpillanatban (a többi helyhez viszonyítva, de időben változik)
- a szomszédos csomópontok távolsága $\frac{\lambda}{2}$, egy csomópont és a szomszédos duzzadóhely távolsága $\frac{\lambda}{4}$

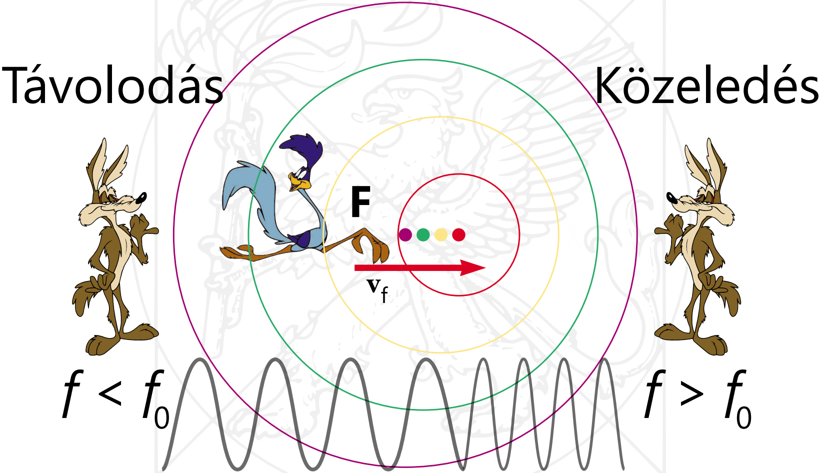
Rezgő húr


L
(a)
A
N
N
f_1
$n = 1$
$L = \frac{1}{2}\lambda_1$
(b)
f_2
$n = 2$
$L = \lambda_2$
(c)
f_3
$n = 3$
$L = \frac{3}{2}\lambda_3$
(d)

Két végén nyitott cső



Doppler-effektus



Doppler-effektus

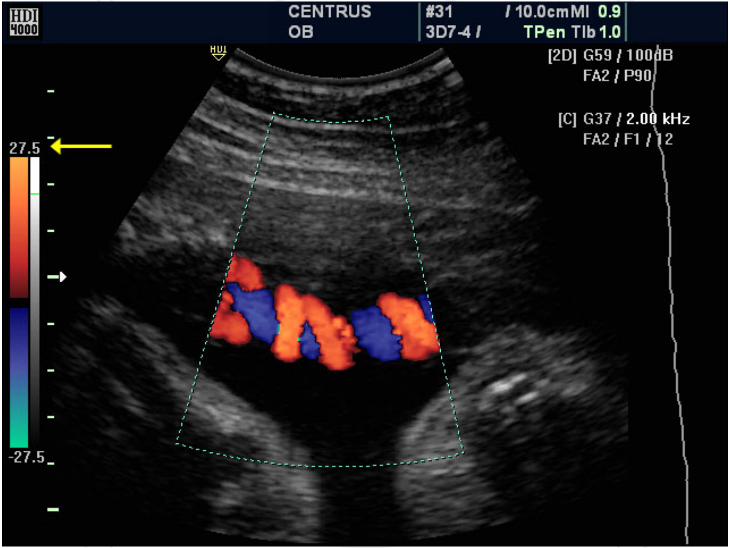
- ha a forrás és megfigyelő mozog egymáshoz képest ☛ a relatív sebességtől függő változás az észlelt frekvenciában:

$$f = f_0 \cdot \frac{c + v_\mathrm{m}}{c - v_\mathrm{f}},$$

ahol v_f a forrás és v_m a megfigyelő sebessége

- mindkettő akkor negatív, ha távolodik a másiktól, és pozitív, ha közeledik

Alkalmazás: Doppler-ultrahang



Hullámok intenzitása

- **intenzitás**: a hullám által a felületre merőlegesen szállított, felületegységre eső teljesítmény:

$$\boxed{I := \frac{P}{A}}$$

- ha ennek eloszlása nem egyenletes, akkor deriválnunk kell:

$$I := \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}A}$$

Az intenzitás távolságfüggése

- ha egy pontszerűnek tekintett forrás egyenletesen sugároz a tér minden irányába, akkor a P teljesítmény egyenletesen oszlik el a forrástól r távolságban egy $A = 4\pi r^2$ nagyságú felületen:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2},$$

- azaz az intenzitás a forrástól vett távolság négyzetével csökken

Decibelskála

- az emberi fül széles intenzitástartományban hall ☛ célszerű logaritmikus skálán kifejezni
- a **decibel**ben (dB) kifejezett *intenzitásszint*:

$$\boxed{n := 10 \log_{10} \frac{I}{I_0}}$$

ahol I_0 az 1000 Hz-en vett emberi hallásküszöbhöz tartozó intenzitás

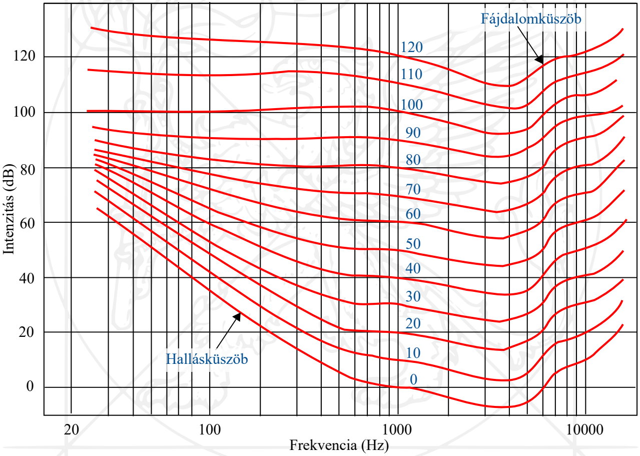
$$I_0 = 10^{-12}\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}$$

- a szubjektív hangosságérzet a frekvenciától is függ

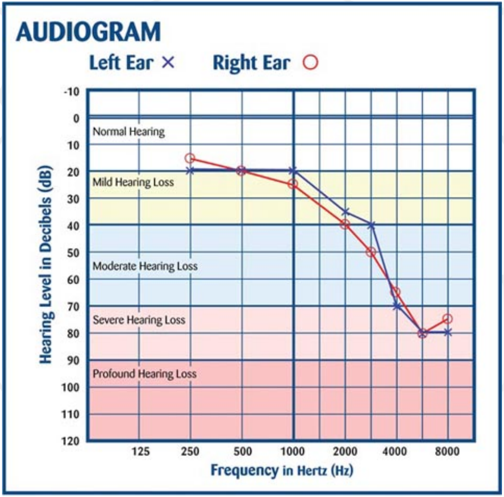
Decibelskála

I [W/m²]	n [dB]	Példa
10^{0}	120	sziréna; rockkoncert
10^{-2}	100	metró; fűnyíró
10^{-4}	80	közúti forgalom
10^{-5}	70	porszívó
10^{-7}	50	beszélgetés
10^{-8}	40	szúnyogzümmögés
10^{-9}	30	suttogás
10^{-11}	10	levélzörgés
10^{-12}	0	hallásküszöb

Fletcher–Munson-féle egyenlő hangossági görbék

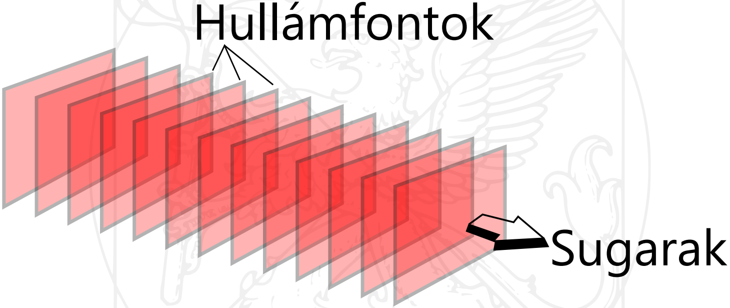


Audiogram

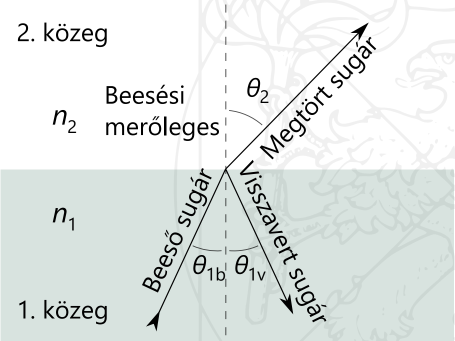


* An example presbyacusis (sloping high-frequency hearing loss) synonymous with the ageing process.

Sugarak és hullámfrontok

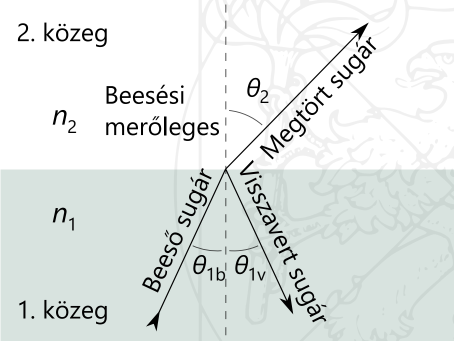


A visszaverődés törvénye



- amikor a hullám két közeg határfelületére ér, részben visszaverődik
- ***beesési merőleges:*** arra a pontra állított merőleges egyenes, ahol a beeső hullám a határfelületre ér

A visszaverődés törvénye

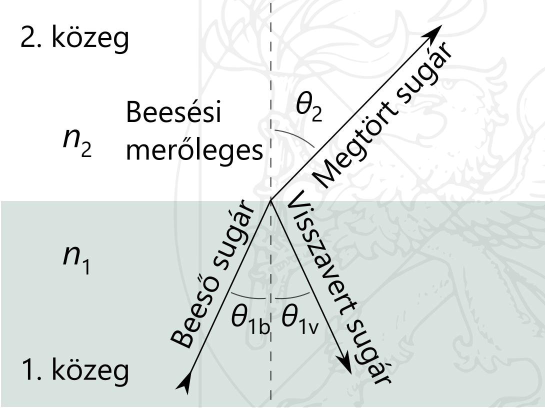


A visszaverődés törvénye

1. a beeső sugár, a beesési merőleges és a visszavert sugár **azonos síkban** van
2. a beesési szög megegyezik a visszaverődési szöggel:

$$\theta_{1,\mathrm{b}} = \theta_{1,\mathrm{v}}$$

Törés



amikor a hullám két közeg határfelületére ér, részben behatol az új közegbe, de terjedésének az iránya megváltozik – ez a ***törés***

A törési vagy Snellius–Descartes-törvény

1. a beeső sugár, a beesési merőleges és a megtört sugár **azonos síkban** van
2. a törési szög szinuszának és a beesési szög szinuszának a hányadosa megegyezik a régi közegbeli és az új közegbeli fénysebességek hányadosával

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

Törésmutató

- egy közeg ***törésmutatója:*** a hullám vonatkoztatási közegbéli (a fény esetében vákuumbéli) c sebességének és az adott közegben mért v sebességnek a hányadosa

$$\boxed{n := \frac{c}{v}}$$

relatív törésmutató: a 2 közeg 1 közegre vonatkoztatott törésmutatója az 1 közegben mért sebesség és a 2 közegben mért sebesség hányadosa

$$\boxed{n_{21} := \frac{n_2}{n_1} = \frac{c/v_2}{c/v_1} = \frac{v_1}{v_2}}$$

Törésmutató

- a hullámtanilag sűrűbb közegek (azaz azok a közegek, amelyekben a hullám lassabban terjed) nagyobb törésmutatójúak

Anyag	levegő	víz	üveg	gyémánt	kvarc	etil-alkohol
Törésmutató	1	1,333	1,5–1,6	2,419	1,458	1,361

A Descartes-törvény törésmutatókkal

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$$

$$\boxed{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2}$$

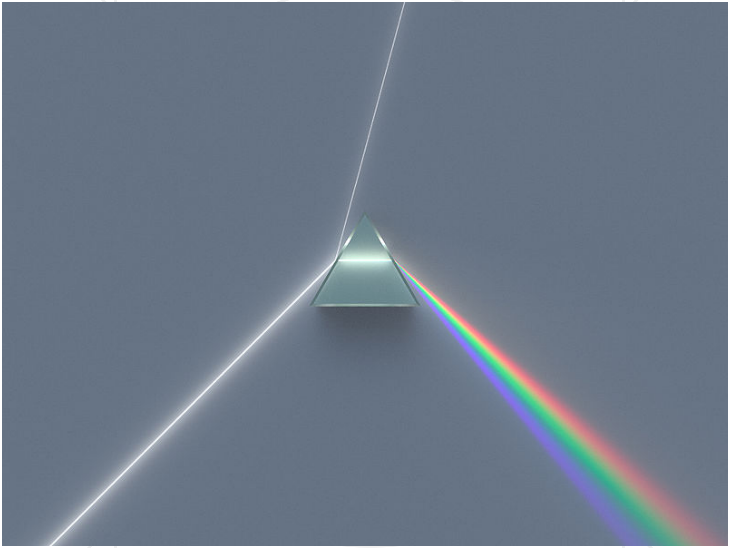
Diszperzió

- ***diszperzió:*** egy közeg n törésmutatója hullámhosszfüggő ($n = n(\lambda)$); más hullámhosszakra más és más
- ez azt is jelenti, hogy a különböző színű sugarak különböző szögben törnek meg és más úton haladnak
- a fehér fény különböző színek keveréke; egy diszperzív elemmel színeire bontható

Diszperzió

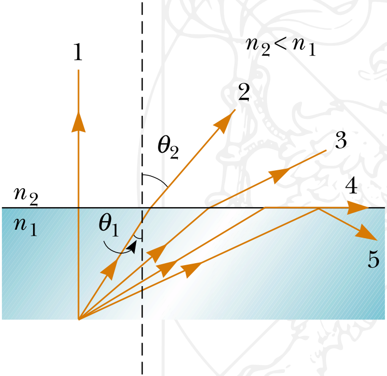
- ***diszperzív elem:*** olyan optikai elem, amely összetevőire bontja a fényt, mint például a **prizma** vagy a **rács**
- példa: szivárvány — a vízcsöppek különböző szögben törik meg a különböző színeket, így a fehér fény különféle színekre bomlik
- ***monokromatikus sugarak:*** egyetlen hullámhosszal (azaz színnel) jellemezhető sugarak (a görög „egyszínű" szóból)
- a monokromatikus sugarak nem bonthatók tovább diszperzív elemmel; egyetlen sugárban haladnak tovább

Diszperzió prizmán

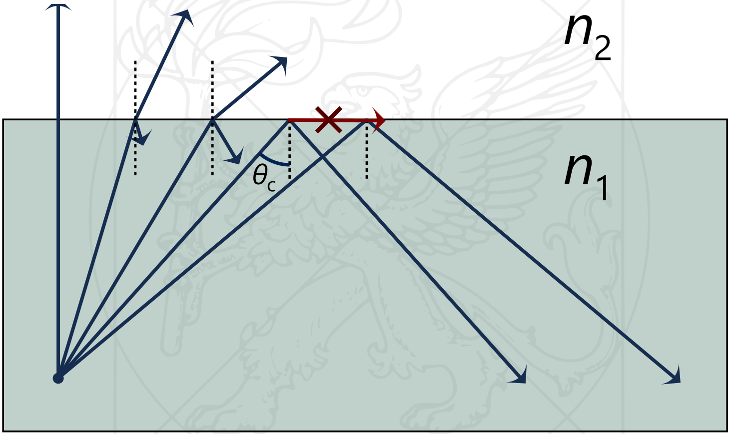


Egy híres albumborító. Kié?

Teljes visszaverődés



Teljes visszaverődés



Teljes visszaverődés

Teljes visszaverődés

- tegyük föl, hogy a hullám egy n_1 törésmutatójú közegből egy hullámtanilag kevésbé sűrű, $n_2 < n_1$ törésmutatójú közegbe lép át (pl, üveg $\rightarrow$ levegő)
- ekkor a törési szög nagyobb lesz, mint a beesési
- ***a teljes visszaverődés határszöge,*** θ_c: az a beesési szög, amelyhez 90°-os törési szög tartozna, azaz a megtört sugár a közeghatárral párhuzamosan haladna

Teljes visszaverődés

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ = n_2$$

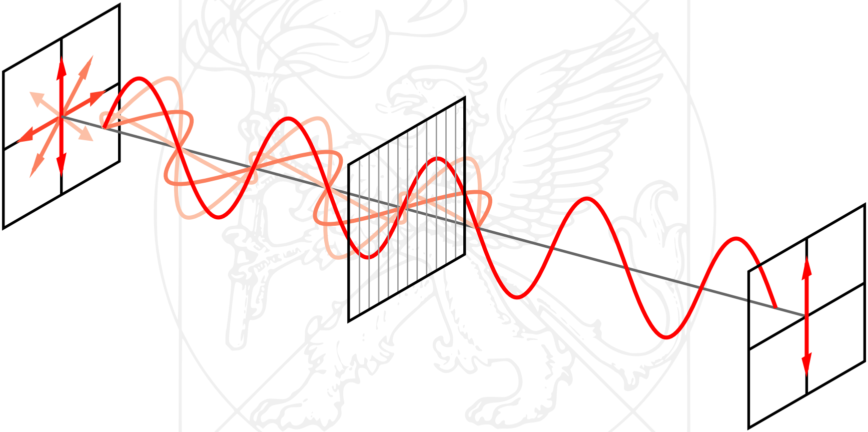
$$\boxed{\sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}}$$

- Mi történik, ha a beesési szög nagyobb, mint θ_c? Nem következik be törés; a beeső sugár teljes egészében visszaverődik.
- ***teljes visszaverődés:*** ha a hullám egy közegből egy kisebb törésmutatójú másik közegbe lép át, a határszögnél nagyobb szögben beeső sugarak nem törnek meg, hanem teljes egészében visszaverődnek

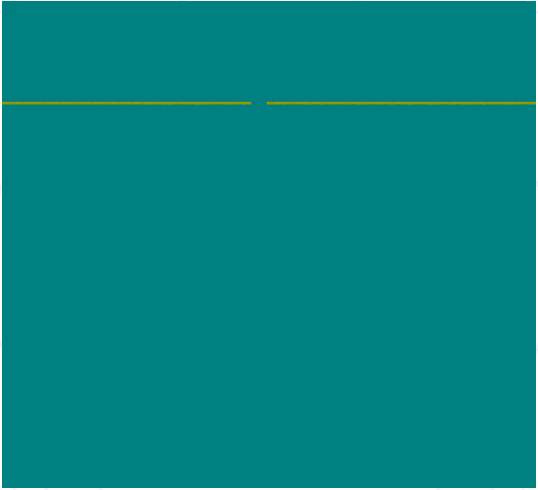
Polarizáció

- transzverzális hullámok: a rezgések a terjedési irányra merőlegesek
- sokféle irány lehet merőleges a terjedési irányra
- ha a terjedési irányra merőleges irányok közül valamelyik kitüntetett, ***polarizált*** hullámról beszélünk
- ***lineárisan poláros hullám:*** egy rezgési sík kitüntetett
- ***polarizátor:*** olyan optikai eszköz, amely csak adott polarizációjú fényt enged át; ha a fény polarizációjának vizsgálatára használjuk, ***analizátornak*** nevezzük

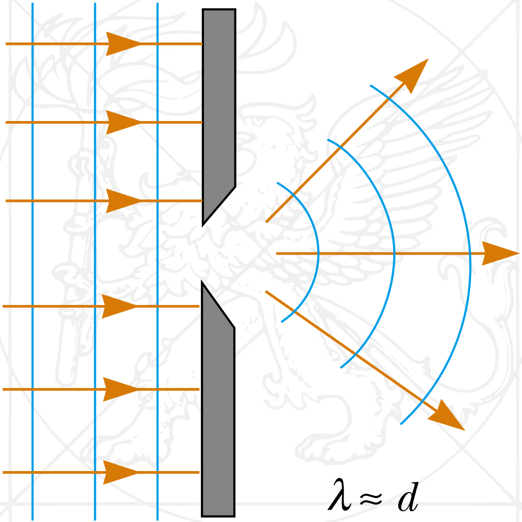
Polarizátor; polarizáció



Elhajlás (diffrakció)



Elhajlás (diffrakció)



$$\lambda \approx d$$

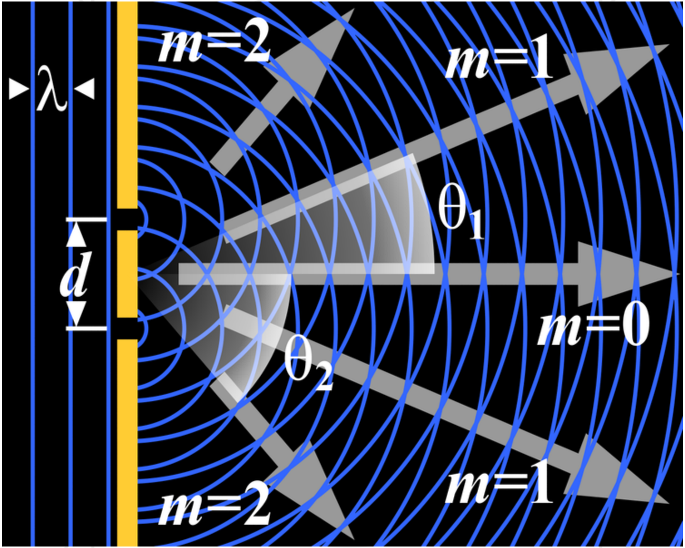
Elhajlás (diffrakció)

- ha a hullám a hullámhossz nagyságrendjébe eső akadályba ütközik, a terjedését nemcsak egyenes vonalban folytatja, hanem megjelennek más irányban terjedő hullámvonulatok is
- e jelenség neve ***diffrakció*** vagy ***elhajlás***

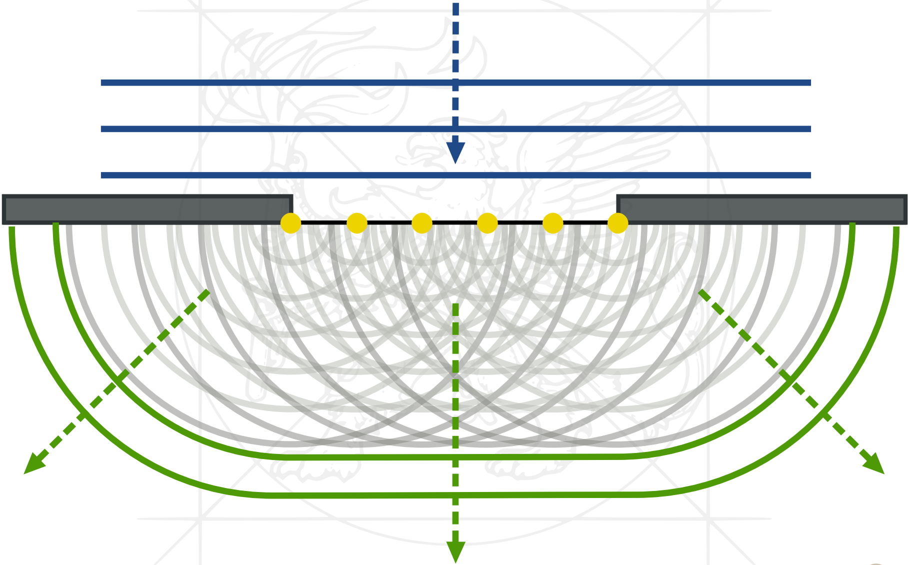
Huygens–Fresnel-elv

- ***Huygens–Fresnel-elv:*** a hullámfelület minden pontja másodlagos gömbhullámok kiindulópontjának tekinthető, és a hullám terjedését ezeknek az egymással koherensnek tekintett másodlagos hullámoknak az interferenciája szabja meg
- a Huygens–Fresnel-elv alkalmas a visszaverődés, a törés és az elhajlás magyarázatára

Elhajlás (diffrakció)



Huygens–Fresnel-elv



A fény természete

- Mi a fény? Részecskék árama, ahogy NEWTON gondolta, vagy hullám?
- a XIX. század kezdetétől transzverzális hullámként tartjuk számon a fényt
- MAXWELL, 1873: léteznek elektromágneses hullámok, és a fény ezek egyike
- kvantummechanika a XX. században: a fénynek részecskejellege is van (fotonok – fénykvantumok, „fényrészecskék”)
- látható fény: 390 és 750 nm közötti hullámhossz

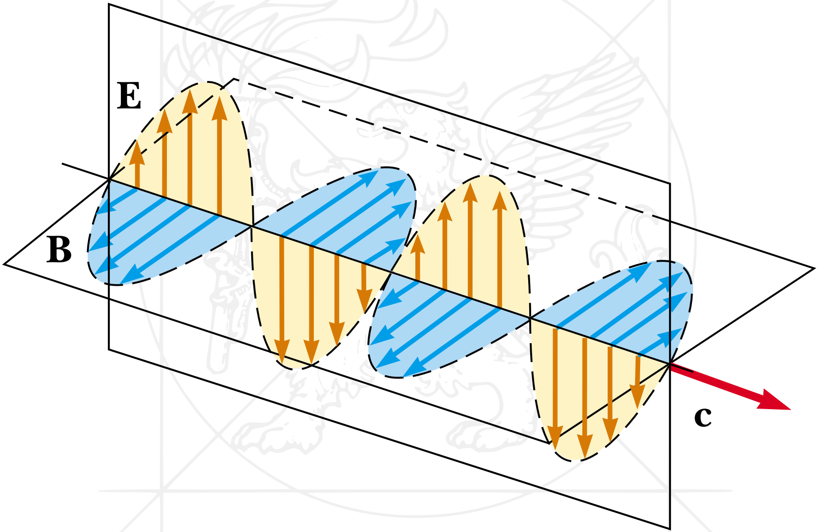
Elektromágneses hullámok

- a változó elektromos tér változó mágneses teret kelt ⇒
  a változó mágneses tér változó elektromos teret kelt ⇒
  a változó elektromos tér változó mágneses teret kelt ⇒
  a változó mágneses tér változó elektromos teret kelt ⇒
  a változó elektromos tér . . .

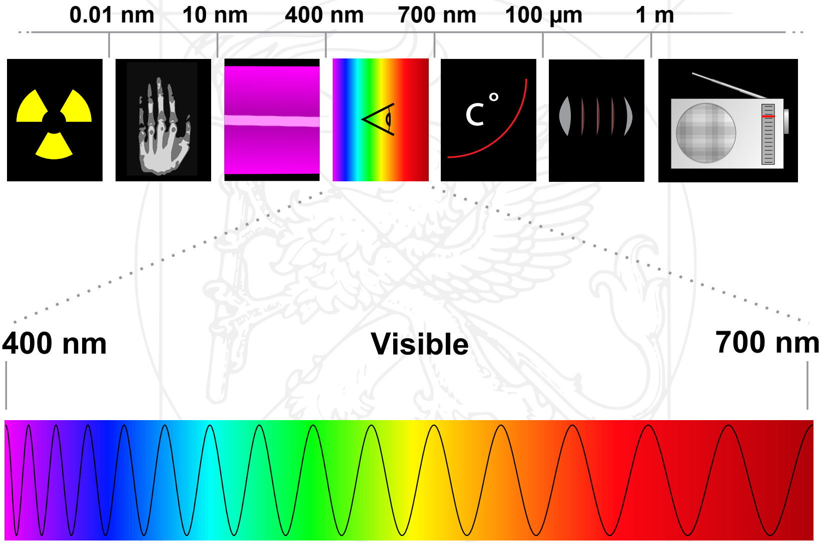
☛ **elektromágneses hullámok** (fény, röntgen, *&c*)

- transzverzális hullámok
- nincs szükségük közegre a terjedéshez

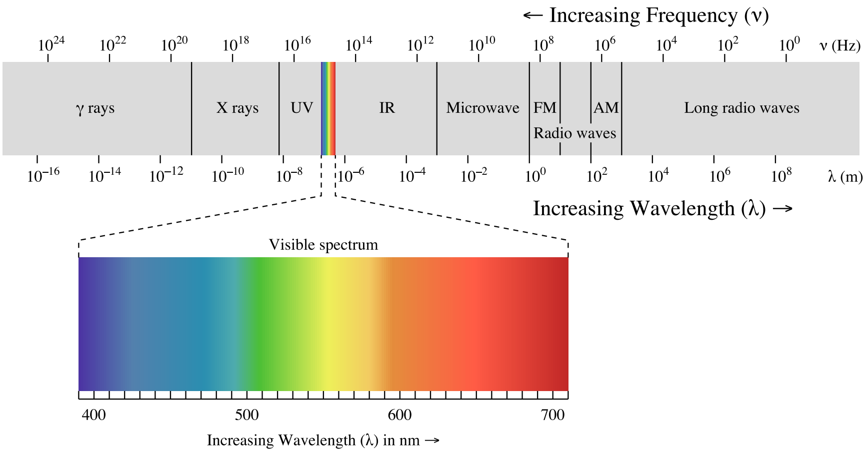
Elektromágneses hullámok



Az elektromágneses spektrum



Az elektromágneses spektrum



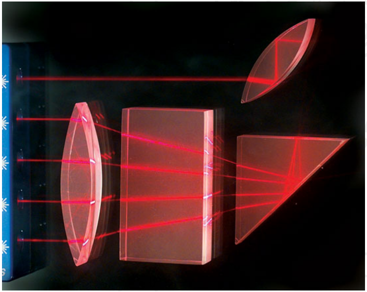
Megközelítések

Geometriai optika

a diffrakciót és az interferenciát nem vesszük figyelembe; közeghatárig egyenesen terjed

Hullámoptika

a diffrakciót és az interferenciát is figyelembe vesszük



A fény mint fotonok árama

- fotoelektromos effektus: a fény hatására fémből kilépő elektronok energiája nem a megvilágító fény intenzitásától, hanem annak frekvenciájától függ
- Einstein magyarázata: a fény energiakvantumokból (energiaadagokból) áll – ezeket hívjuk **fotonoknak**
- fotonenergia:

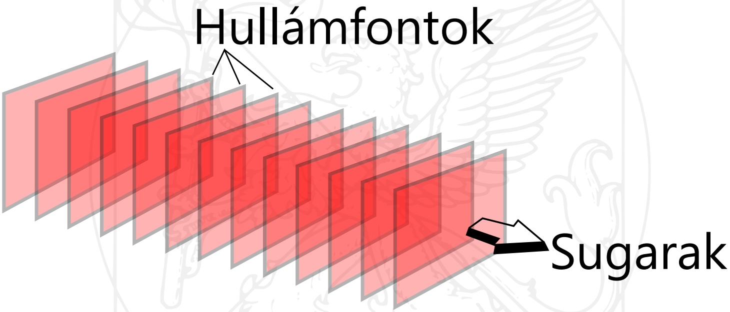
$$\boxed{E = h\nu,}$$

ahol ν a frekvenciát és $h \approx 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Js a **Planck-állandót** jelöli

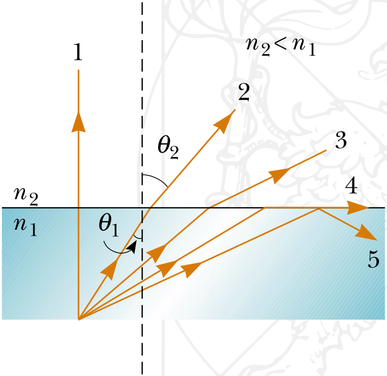
A fénysugarak modellje

- ***fénysugarak:*** föltételezzük, hogy a fény egy homogén közegben egyenes vonalban terjed, és csak akkor változtat irányt, ha közegek határfelületére ér, vagy ha a közeg tulajdonságai a hely vagy az idő függvényében változnak
- ***geometriai optika:*** a fénysugarak modelljén alapuló tárgyalás
- ***hullámfront:*** az azonos fázisú pontokat egyesítő felület a hullámban
- ***fénysugarak:*** a hullámfrontokra merőleges vonalak

Fénysugarak és hullámfrontok

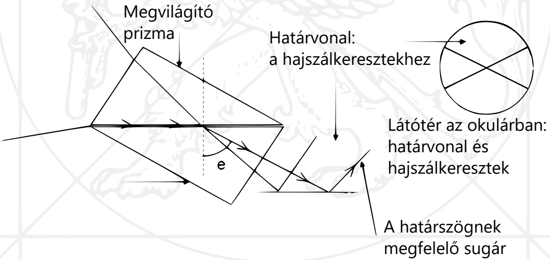


Teljes visszaverődés



Alkalmazás: Abbe-refraktométer

- kétprizmás elrendezés oldatok törésmutatójának meghatározására
- az oldatot a két prizma közé visszük föl
- a teljes visszaverődés elvét használja
- orvosi alkalmazások: a plazmafehérjék koncentrációjának meghatározására

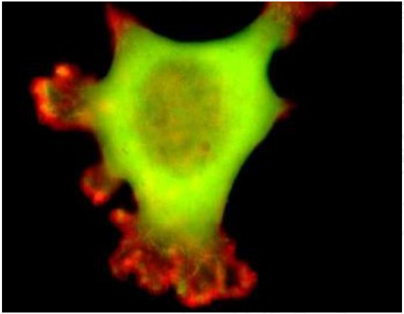


Alkalmazás: TIRF-mikroszkópia

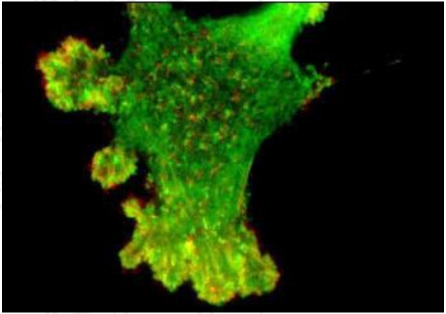
- TIRF: *Total Internal Reflection Fluorescence*
- Abbe ☛ a mikroszkóp tengelyirányú fölbontása $d_z = 2n\frac{\lambda}{(n\sin\alpha)^2} \approx$ 800 nm (α az objektív látószöge)
- a Maxwell-egyenletek alapján egy kis mélységben behatol **teljes visszaverődéskor is** az elektromágneses tér az új közegbe: $d = \frac{\lambda}{4\pi n_1}\left(\sin^2\alpha - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}$, ahol n_2 a minta, n_1 a tárgylemez törésmutatója
- a behatolási mélység akár 100 nm -re csökkenthető ☛ csak itt gerjeszti a fluoreszcens festéket ☛ a tengelyirányú fölbontás nyolcszor jobb

TIRF: egér melanómasejtje [1]

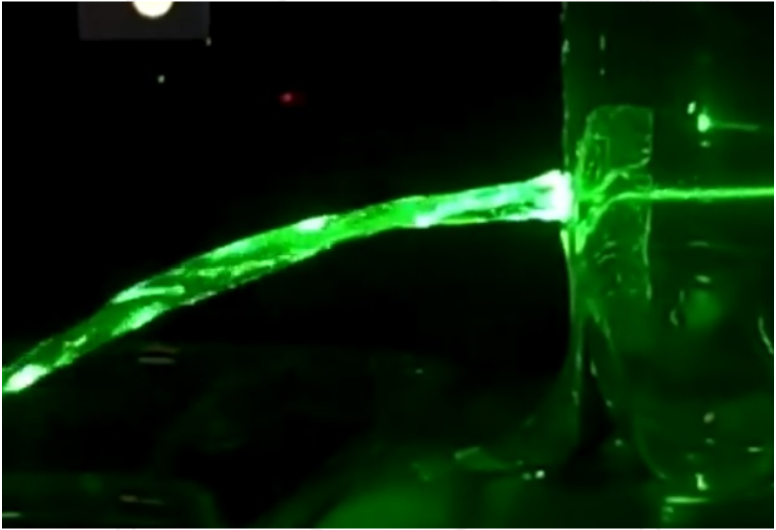
Hagyományos



TIRF



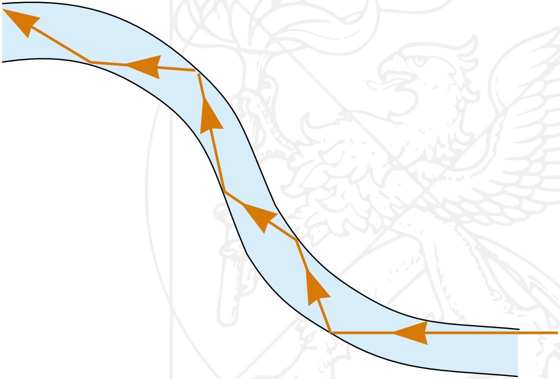
Az optikai szálak elve

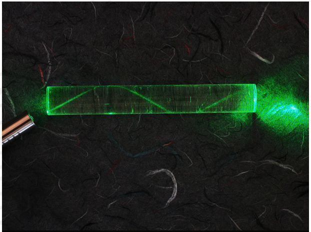


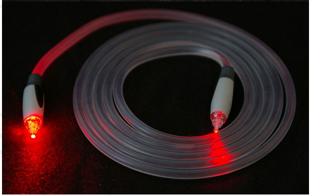
Optikai szálak

- az **üvegszálak** a teljes visszaverődést használják ki: mivel vékonyak, a beesési szög garantáltan a határszög fölött lesz, azaz teljes visszaverődés következik be és nem hagyhatja el fény a szálat, még akkor sem, ha a szálat meghajlítjuk vagy föltekerjük

Optikai szálak







Optikai szálak az orvoslásban

- a fény belső üregekbe be- és onnan kivezetésére
- képalkotás: endoszkópia
- beavatkozás: a lézer fényét a műtendő területre vezetni; fogászat, lézersebészet

A visszavert fény polarizációja

- a fényforrásból közvetlenül érkező fény általában nem polarizált
- egy felületről visszavert fény polarizáltabb
- ☛ a visszavert fény egy megfelelő irányítású analizátorral jól kiszűrhető: **polarizációs szűrő**

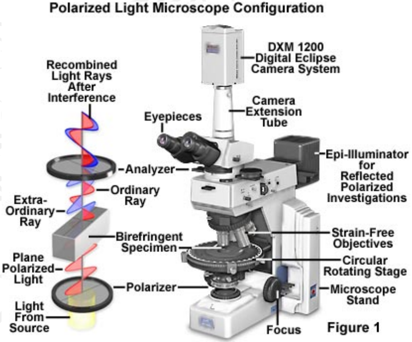
Polarizációs szűrő

Optikai kettőstörés

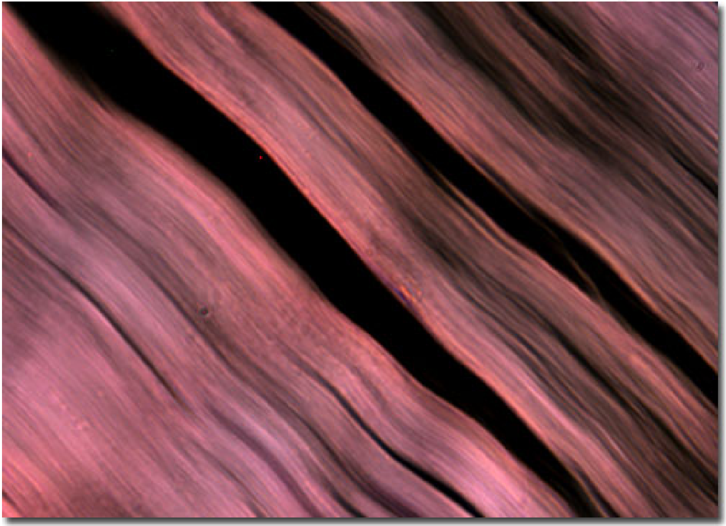
- egyes kristályokban két ortogonálisan polarizált sugár (azaz két olyan sugár, amelyekben a polarizációs síkok merőlegesek egymásra) különböző törésmutatóval törik meg
- ☛ két, ortogonálisan polarizált kép

Polarizációs mikroszkópia

- a polarizációt kihasználó mikroszkópos eljárások
- különösen kettőstörő mintákra hasznosak; pl a szarkomerek A-sávja



Emberi vázizom



Alapfogalmak

- **tárgy:** amit optikai eszközön (tükrön vagy lencsén) keresztül nézünk — jelölés: **O**
- **kép:** amit az optikai eszköz létrehoz — jelölés: **I**
- a kép megszerkesztése: **széttartó sugarakat hosszabbítunk meg addig a pontig, amelyből kiindultak** vagy kiindulni látszanak
- ***valós kép:*** a pont képét létrehozó sugarak valóban egy pontból indultak
- ***látszólagos kép:*** a pont képét létrehozó sugarak nem egy pontból indultak, csak úgy látszanak

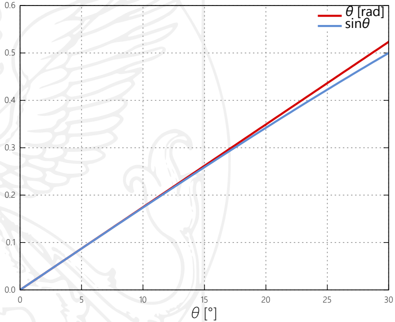
Alapfogalmak

- ***tárgytávolság*** (t): a tárgy távolsága az optikai eszköztől
- ***képtávolság*** (k): a kép távolsága az optikai eszköztől
- **tárgyméret** (T): a tárgy mérete az optika tengelyre merőlegesen
- **képméret** (K): a kép mérete az optika tengelyre merőlegesen
- ***nagyítás:*** a képméret és a tárgyméret hányadosa:

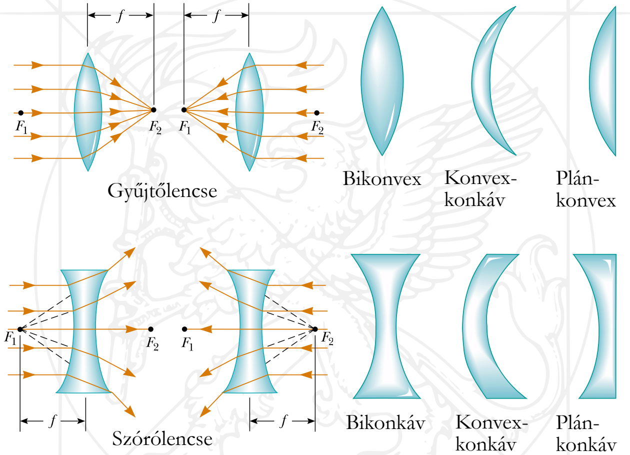
$$N := \frac{K}{T}$$

Paraxiális sugarak

- az alább tárgyalandó összefüggések közelítések
- csak a főtengelyhez közel lévő és azzal kis szöget ($\theta \leq 5°$) bezáró, azaz ***paraxiális sugarakra*** érvényesek
- paraxiális sugarakra a szinuszt magával a radiánban kifejezett szöggel közelítjük



Lencsetípusok



Mivel a fény mindkét irányba mehet, a lencséknek mindkét oldalon van fókuszpontjuk.

Vékonylencsék törvényei

- ***vékonylencse:*** a vastagsága a görbületi sugárhoz képest elhanyagolható
- a képalkotást meghatározó ***leképezési egyenlet:***

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} + \frac{1}{k}$$

- a lencse nagyítása:

$$N = \frac{K}{T} = -\frac{k}{t}$$

- ezen törvények gyűjtő- és szórólencsékre is igazak

Törőerősség

- a lencse (vagy gömbtükör) fókusztávolságának reciproka a ***törőerősség:***

$$\boxed{D = \frac{1}{f}}$$

- a törőerősség egysége a **dioptria**; az egység jele: **dpt**

$$1\,\mathrm{dpt} = 1\,\mathrm{m}^{-1}$$

- egy **dioptria** az egy méter fókusztávolságú lencse törőerőssége

Lencserendszerek

- f_1 és f_2 fókusztávolságú vékonylencsékből alkotott lencserendszer fókusztávolsága

$$\boxed{\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}}$$

- vékonylencsékből alkotott lencserendszerben a törőerősségek összeadódnak:

$$D = D_1 + D_2$$

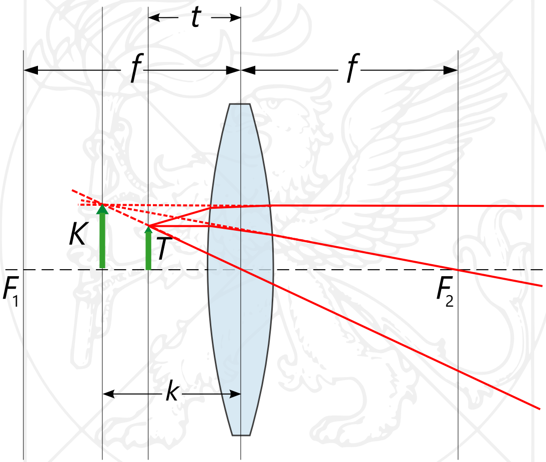
Előjelkonvenciók lencsékre

Mennyiség	Pozitív, amikor…	Negatív, amikor…
tárgytávolság	tárgy a lencse előtt (valós tárgy)	tárgy a lencse mögött (látszólagos tárgy)
képtávolság	kép a lencse mögött (valós kép)	kép a lencse előtt (látszólagos kép)
képméret	egyenes állású kép	fordított állású kép
görbületi sugár	konvex felület	konkáv felület
fókusztávolság	gyűjtőlencse	szórólencse
nagyítás	egyenes állású kép	fordított állású kép

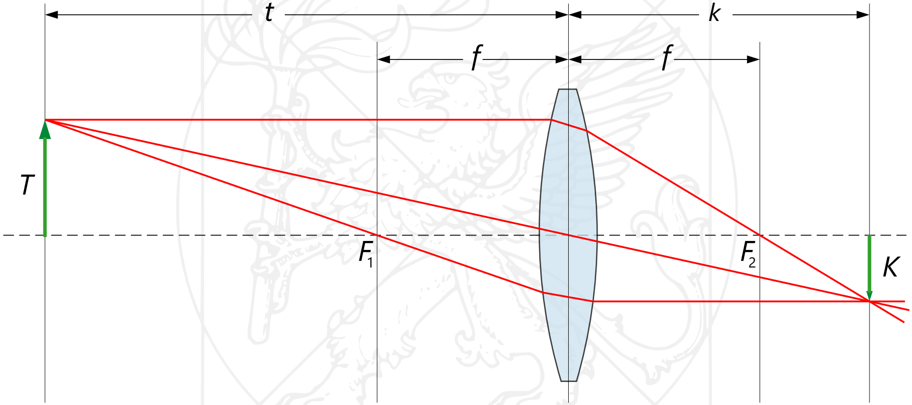
Nevezetes sugármenetek

1. a főtengellyel **párhuzamos sugár a túloldali fókuszponton** megy keresztül törés után
2. a lencse középpontján keresztülhaladó sugár törés nélkül halad tovább
3. a tárgyoldali **fókuszponton átmenő a főtengellyel párhuzamosan** törik meg

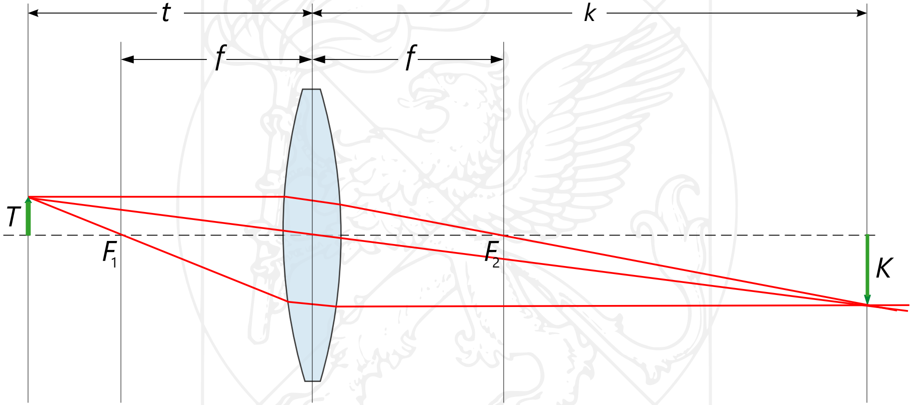
Nevezetes sugármenetek



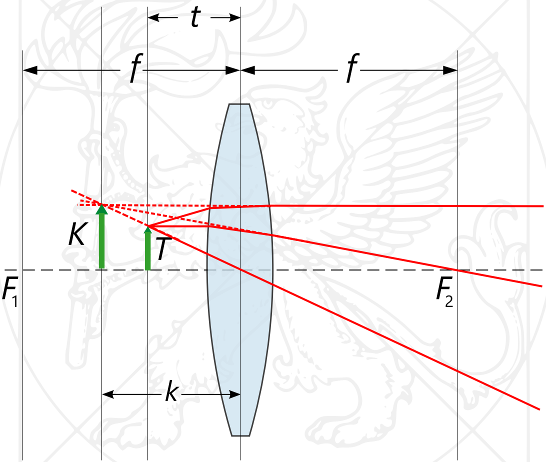
A tárgy $2f$-nél távolabbra



A tárgy $2f$ és f között



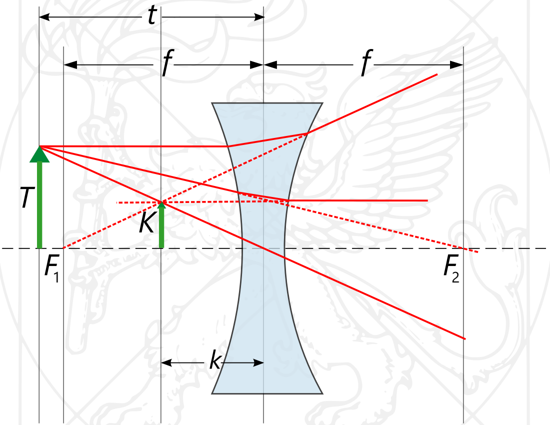
A tárgy f-en belül



Nevezetes sugármenetek

1. a főtengellyel **párhuzamos sugár** úgy törik meg, mintha az azonos oldali **fókuszpontból indult volna ki**
2. a lencse középpontján keresztülhaladó sugár törés nélkül halad tovább
3. a túloldali fókuszpont felé tartó sugár a főtengellyel párhuzamosan törik meg

Nevezetes sugármenetek



A kép tulajdonságai: szórólencse

a kép mindig **látszólagos, egyenes állású és kicsinyített** $(|N| < 1)$

Lencsekészítők egyenlete

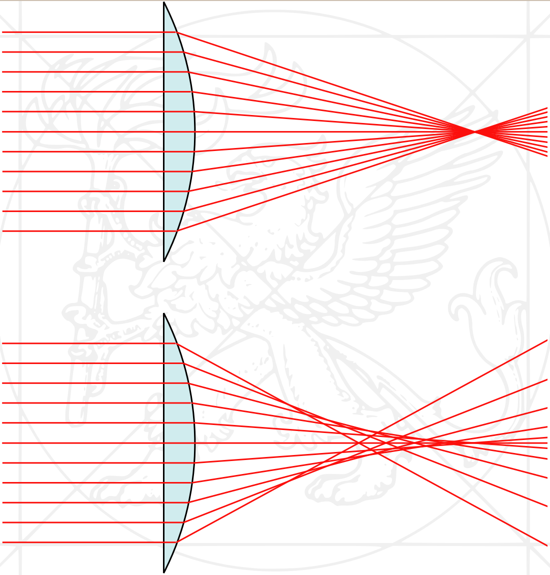
- ha a lencse két oldalán azonos közeg van:

$$D = \frac{1}{f} = (n - n_0)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

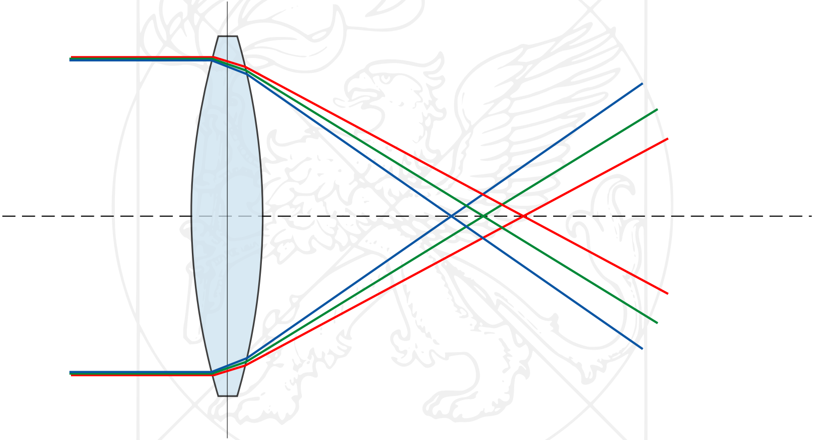
- ahol n a lencse, n_0 a környező közeg abszolút törésmutatója, R_1 és R_2 pedig a lencsefelületek görbületi sugarai a megfelelő előjellel
- ha a lencse egyik oldalán n_1, a másik oldalán n_2 abszolút törésmutatójú közeg van, és a lencse abszolút törésmutatója n:

$$\frac{n_1}{t} + \frac{n_2}{k} = \frac{n - n_1}{R_1} + \frac{n - n_2}{R_2}$$

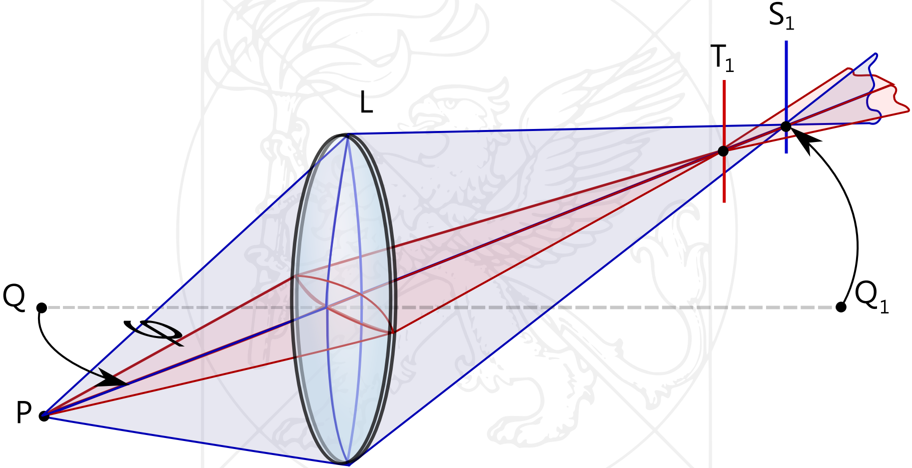
Szférikus aberráció



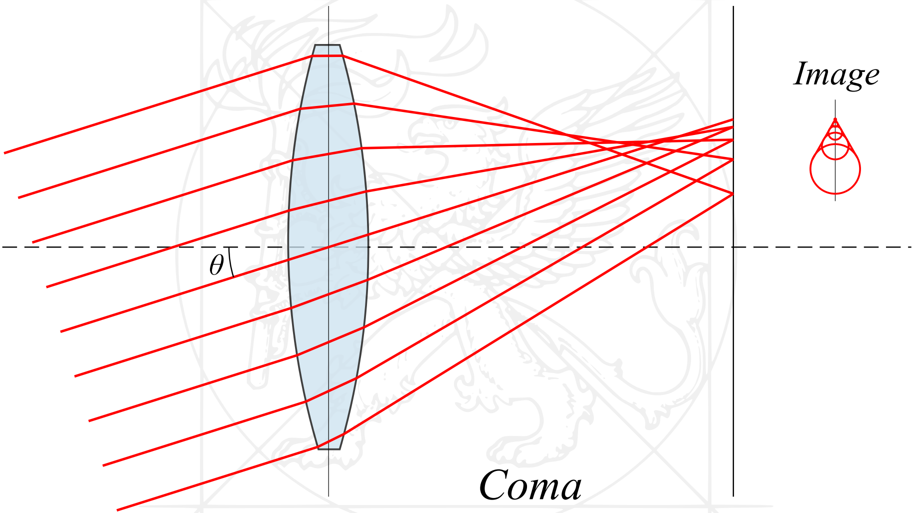
Színi hiba (kromatikus aberráció)



Asztigmatizmus



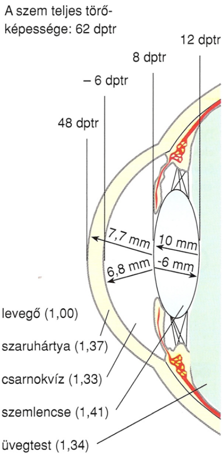
Kómahiba



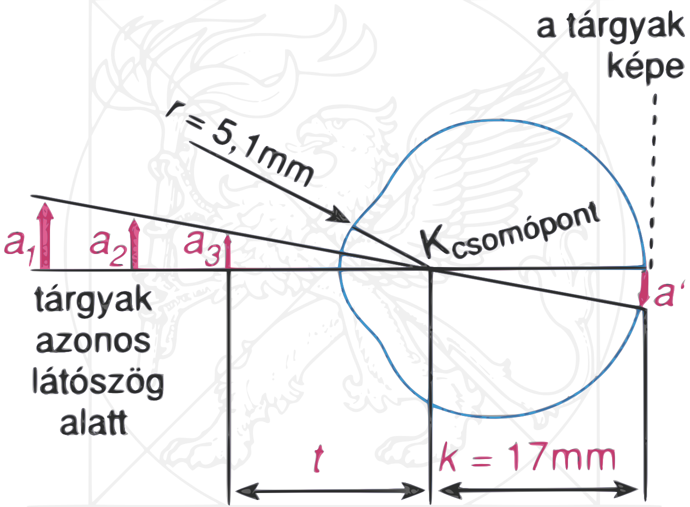
Fénytörés a szemben [2]

$$D = \frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

- az egyes felületek törőerősségei összeadódnak
- a legnagyobb törőerősség: levegő – szaruhártya
- szemlencse: változtatható törőerősség



A redukált szem modell [2]



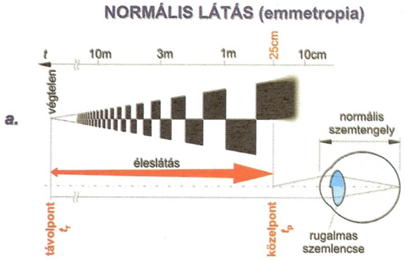
A redukált szem modell

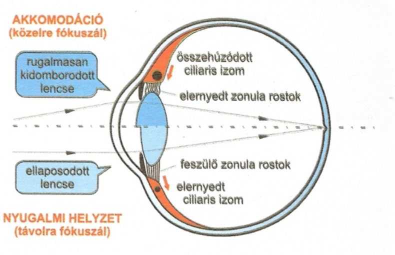
- a szem optikai rendszerét egyetlen törőfelülettel helyettesítjük
- a törőfelület görbületi sugara 5,1 mm
- **csomópont:** a görbületi középpont ☛ a rajta keresztülmenő sugarak egyenesen haladnak tovább

☛ egyszerűsített képalkotás

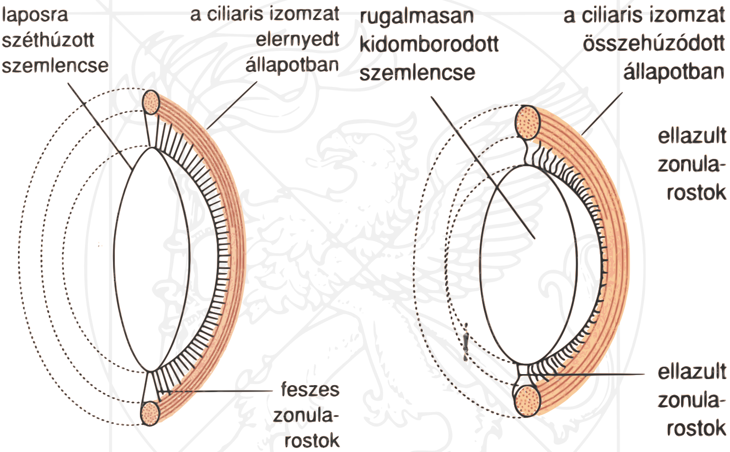
Akkomodáció [2]

a szemlencse törőerejét változtatva különböző tárgytávolságokat tudunk a retinára (azonos távolságban) leképezni





Akkomodáció [2]



A ciliaris izomzat elernyedt állapotban. A lencse lapos, akkomodálatlan

A ciliaris izomzat összehúzódott állapotban. A lencse domború, közelre akkomodált

Akkomodációs képesség

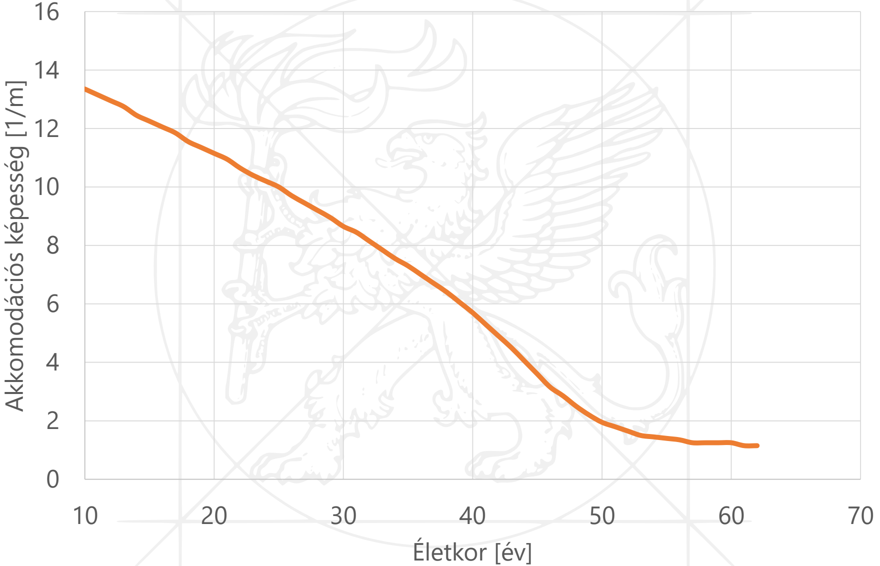
- a k képtávolság azonos
- akkomodációs képesség: a közelpontnál mért D_p és a távolpontnál mért D_r törőerősség különbsége

$$\Delta D = D_\mathrm{p} - D_\mathrm{r} = \frac{1}{t_\mathrm{p}} + \frac{n}{k} - \left(\frac{1}{t_\mathrm{r}} + \frac{n}{k}\right)$$

$$\Delta D = \frac{1}{t_\mathrm{p}} - \frac{1}{t_\mathrm{r}}$$

- az életkor előrehaladtával csökken

Akkomodációs képesség és életkor [3]



Látáshibák

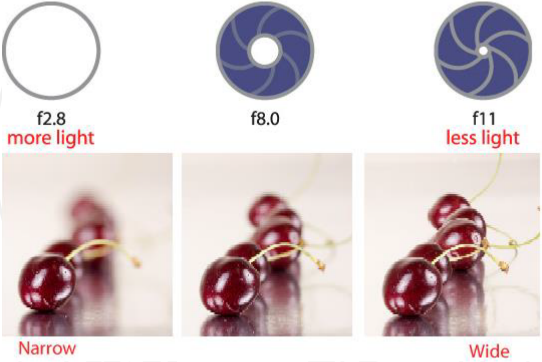
- rövidlátás: a retina előtt jönne létre éles kép☛ korrekció: szórólencse
- távollátás: a retina mögött jönne létre éles kép☛ korrekció: gyűjtőlencse
- öregkori távollátás: a szemlencse túl rugalmatlan; a közelpont túl távol van ☛ korrekció: gyűjtőlencse („olvasószemüveg”)
- asztigmatizmus: a szem törőereje egy adott irányban nagyobb, mint a rá merőleges irányban ☛ korrekció: hengeres lencse

Adaptáció

- az emberi látás széles megvilágítási tartományban működik: $10^{-6}\,\mathrm{cd/m^2}$-től $10^5\,\mathrm{cd/m^2}$-ig
- a pupilla szabályozza a szembe jutó fény mennyiségét az átmérőjének változtatásával
- pupillaátmérő: 2 mm és 8 mm között
- a szembe jutó fényteljesítmény a pupillaátmérő négyzetével arányos ☛ a pupillaátmérő egy 16-os faktorral tudja megváltoztatni a fényteljesítményt
- a további szabályozást a retina végzi (pl. pálcikák és csapok eltérő érzékenysége)

Apertúra és mélységélesség

kisebb apertúra ☛ nagyobb mélységélesség



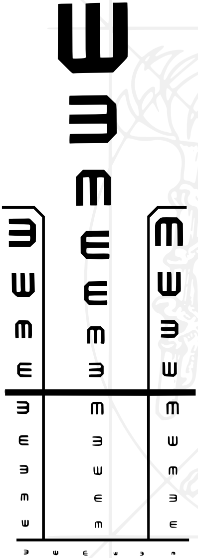
Látásélesség

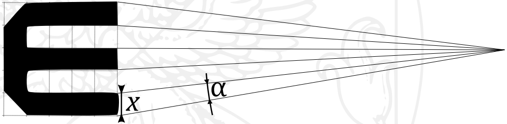
- mekkora az legkisebb távolság két részlet között, amelyet még különállónak érzékel a szem?
- attól függ, milyen távolról nézzük ☛ célszerű szöggel kifejezni

☛ **látószög**

- a legkisebb, még éppen elkülöníthető részletekhez tartozó látószög: **látószöghatár**
- a 100%-osnak tekintett látószöghatár 1’

Látásélesség





$$\alpha_{\min} = 1'$$

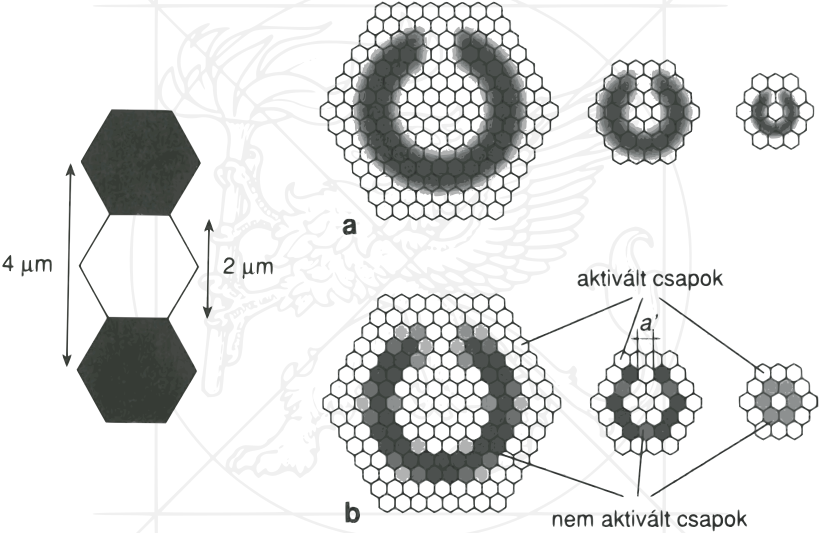
Fölbontóképesség: fizikai korlát

- a szem fölbontóképességének a diffrakció szab határt: egy korong képe emiatt egy gyűrűkkel szegett korong (Airy-korong)
- a föloldás Rayleigh-féle kritériuma: két kép még éppen elkülöníthető, amikor az egyik elhajlási képének a maximuma a másik első minimumára esik ☛
  $\sin\theta = 1{,}22\frac{\lambda}{d}$

Fölbontóképesség: fizikai korlát

λ [nm]	d [mm]	α [']
800	2	1,68
400	2	0,84
550	4	0,58

Fölbontóképesség: biológiai korlát [2]



Fölbontóképesség: biológiai korlát [2]

- biológiai korlát: a receptorsejtek méretéből ($\approx 2\,\mu\text{m}$) adódik
- Landolt-ábra: gyűrű kis réssel ☛ akkor látjuk a rést, ha a sötét–világos–sötét átmenet legalább 3 receptorra esik a retinán ☛ $\approx 4\,\mu\text{m}$ képméret
- a redukált szem modellből: a csomópont–retina távolság 17 mm, így a látószöghatár

$$\alpha_\text{b} = \frac{4\,\mu\text{m}}{17\,\text{mm}} = 2{,}35 \cdot 10^{-4}\,\text{rad} = 0{,}8'$$

- a 100%-os látásélességnek megfelelő látószöghatár: 1'

Források és ajánlott irodalom

[1] Beáta Bugyi. Total internal reflection fluorescence microscopy (TIRFM): principles & applications. http://www.lamelis.eu/lectures/Bugyi2019.pdf, July 2019.

[2] Damjanovich Sándor, Fidy Judit, and Szöllősy János, editors. *Orvosi biofizika*. Medicina, Budapest, 3. edition, 2007.

[3] Alexander Duane. Studies in monocular and binocular accommodation, with their clinical application. *Transactions of the American Ophthalmological Society*, 20:132–157, 1922.