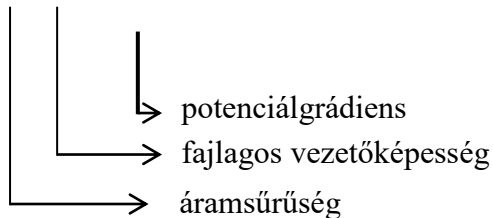


1.2. Diffúzió

Fajlagos vezetőképesség:

$$J = g \cdot \left(-\frac{dU}{dx} \right)$$



Diffúzió esetén a potenciálgradiens a koncentráció gradiense (dc/dx).

1.2.1. Fick I. törvénye

a) Makroszkópikus megközelítés:

$$J = g \cdot \left(-\frac{dc}{dx} \right)$$

$$J = \frac{dI}{dA} = c \cdot A \cdot v;$$

$$m = c \cdot (A \cdot v \cdot t) \rightarrow v = \frac{m}{c \cdot A \cdot t} \rightarrow v = \frac{1}{c \cdot A} \cdot \frac{dm}{dt}$$

c és A egységnyi:

$$J = \frac{dm}{dt} = D \cdot \left[-\frac{dc}{dx} \right],$$
$$[D] = \frac{m^2}{s}.$$

b) Molekuláris megközelítés:

Az oldott anyag egyetlen molekulájának kémiai potenciálja: $\mu = \mu_0 + k \cdot T \cdot \ln c$.

A kémiai potenciál gradiense: $f = -\frac{d\mu}{dx}$.

$$f = -\frac{\partial \mu(x, t)}{\partial x} = -k \cdot T \cdot \frac{\partial \ln c(x, t)}{\partial x} = -\frac{k \cdot T}{c} \cdot \frac{\partial c(x, t)}{\partial x}.$$

A molekulák átlagsebessége: $\bar{u} = \frac{f}{\eta}$

Az A keresztmetszeten dt idő alatt áthaladt dn mólok száma: $dn = c \cdot A \cdot \bar{u} \cdot dt$.

\bar{u} -t és f -et behelyettesítve:

$$dn = -\frac{k \cdot T}{\eta} \cdot A \cdot \frac{\partial c(x, t)}{\partial x} dt, \text{ illetve } dn = -D \cdot A \cdot \frac{\partial c(x, t)}{\partial x} dt.$$

Fick I. törvénye:

$$J = \frac{dn}{A \cdot dt} = -D \cdot \frac{\partial c(x, t)}{\partial x}$$

Az egységnyi felületen átáramlott anyag mennyisége időegység alatt (*a diffúzió sebessége*) arányos a koncentráció grádiensével. Az arányossági tényező a D diffúziós állandó.

$$[D] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

$\frac{\partial c}{\partial x}$ adott helyen és időben állandó.

D függ:

1) hőmérséklet

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot \bar{v}^2 = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{m}} \Rightarrow D = T^{\frac{1}{2}} \cdot m^{-\frac{1}{2}}.$$

2) viszkozitás

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\mu r}$$

Einstein-Stokes összefüggés

3) tömeg

4) geometria

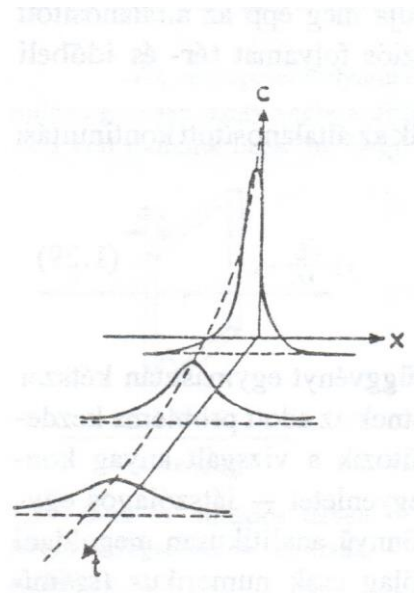
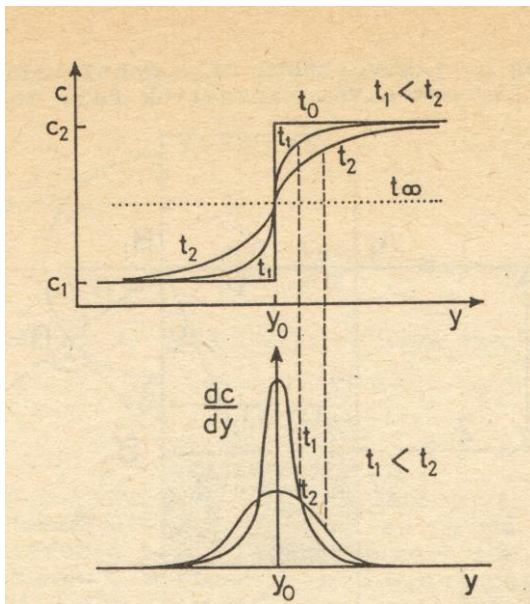
1.2.2. Fick II. törvénye

Ha $\frac{\partial c}{\partial x}$ a hellyel és idővel változik:

$$\frac{\partial c(x, t)}{\partial t} = D \cdot \frac{\partial^2 c(x, t)}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial c(x, t)}{\partial t} = D \cdot \frac{\frac{\partial c(x, t)}{\partial x}}{\frac{\partial x}}{\partial x} = D \cdot \frac{\partial^2 c(x, t)}{\partial x^2}$$

Adott helyen a koncentráció változása az idővel arányos a koncentráció gradiensének a hellyel való változásával az adott időben.



Megoldása:

$$c(x, t) = \frac{M}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot D \cdot t}} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot D \cdot t}}$$

M = a $t=0$ időpontban az origóban felszabadított anyagmennyiség [hosszúság/idő]

D = diffúziós állandó

x = távolság

t = idő

$$x(t) = 2 \cdot \sqrt{D \cdot t}$$

Pl.:

$$D \approx 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}; \mathbf{x = 5 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ m};}$$

$$t = \frac{(5 \cdot 10^{-9})^2 \text{ m}^2}{4 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = \frac{25}{4} \cdot 10^{-9} \text{ s} = \underline{\mathbf{6.25 \text{ ns.}}}$$

$$D \approx 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}; \mathbf{x = 50 \text{ }\mu\text{m} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m};}$$

$$t = \frac{(5 \cdot 10^{-5})^2 \text{ m}^2}{4 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = \frac{25 \cdot 10^{10}}{4 \cdot 10^{-9}} \text{ s} = \underline{\mathbf{0.625 \text{ s.}}}$$

$$D \approx 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}; \mathbf{x = 1 \text{ m};}$$

$$t = \frac{(1) \text{ m}^2}{4 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = \frac{1}{4} \cdot 10^9 \text{ s} = \underline{\mathbf{7.9 \text{ év}}}$$

Kis távolságban nagy hatékonyság.

Oxigén által megtett út:

$$\tau = 2 \cdot 10^{-7} \text{ s (E. coli lefékeződéséhez szükséges idő.)}$$

Ez alatt megtett út:

$$x(t) = 2 \cdot \sqrt{D \cdot t}$$

$$x(t) = 2 \cdot \sqrt{10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ s}} = 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 28 \text{ nm}$$

Gázcsere az alveolusokban:

Levegőben:

$$D_{\text{oxigén}} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}; \quad D_{\text{CO}_2} \approx 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

Az alveo-kapillaris rendszerben:

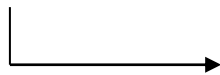
$$D_{\text{oxigén}} \approx 1 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}; \quad D_{\text{CO}_2} \approx 6 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}; \quad x = 1 \text{ } \mu\text{m} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m};$$

$$t_{\text{oxigén}} = 250 \text{ } \mu\text{s}; \quad t_{\text{CO}_2} = 40 \text{ } \mu\text{s};$$

1.2.3. A szövetek oxigénellátása

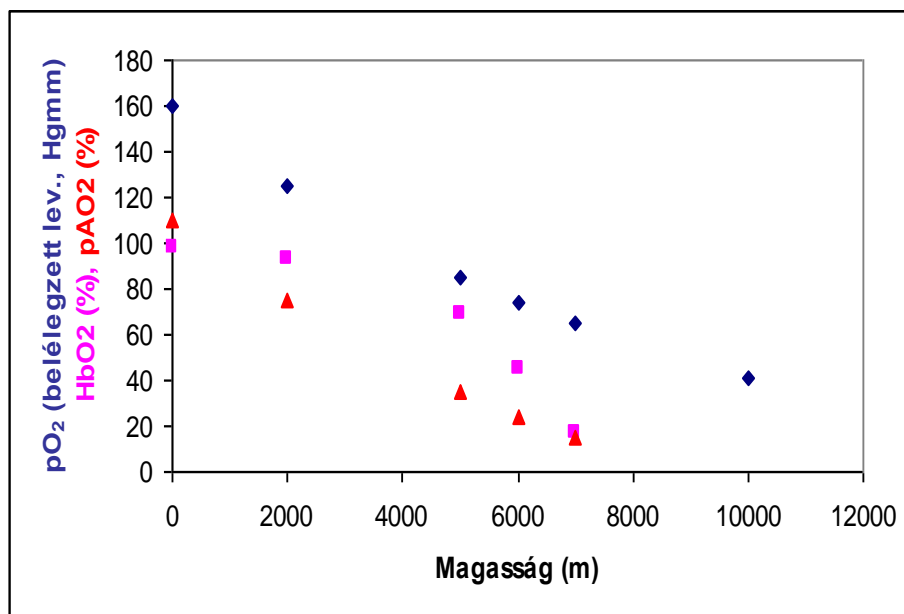
Problémák:

1) kémiai – fizikai kötődés

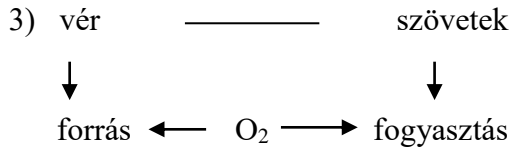


Henry-Dalton törvény: $c = \alpha \cdot p$ (p = parciális nyomás)

Kompenzáló mechanizmusok (szaporább, mélyebb légzés, vérkeringés átállítódása) szerepe!



2) 3 dimenziós térben kell megoldani

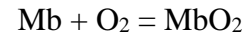
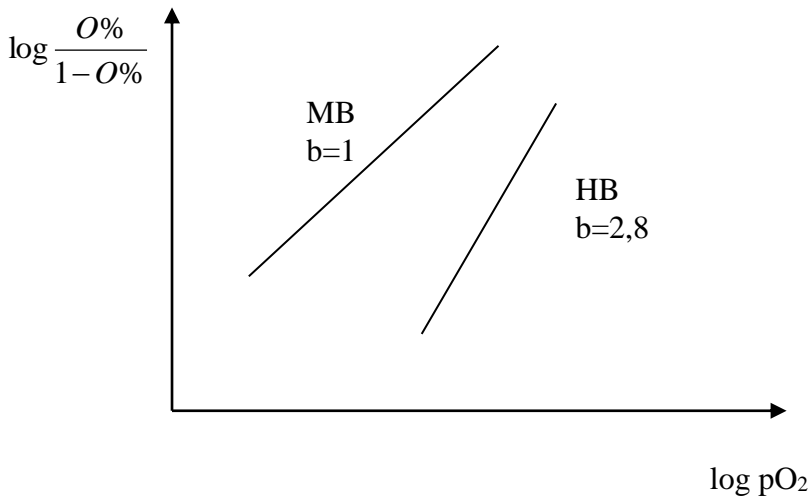
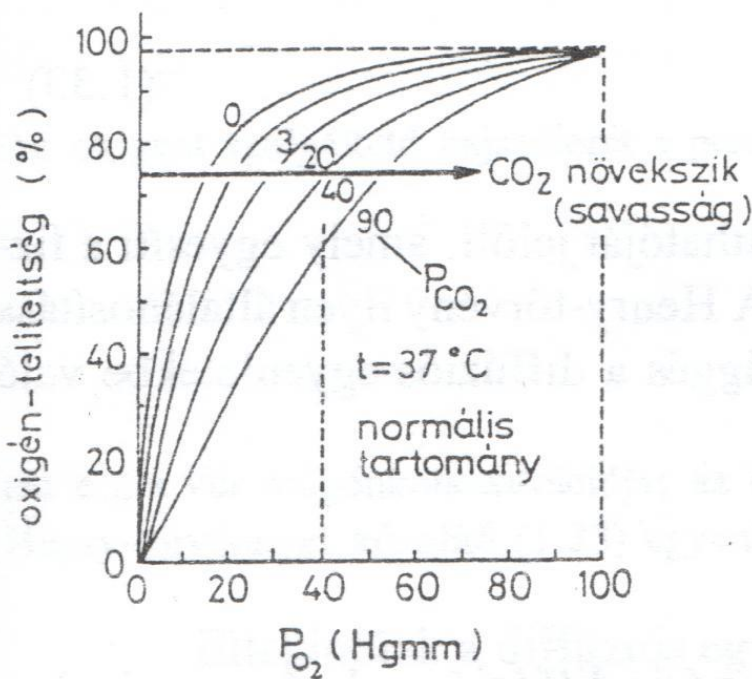


A modellnek ezt figyelembe kell(ene) vennie.

4) Bohr-effektus

1 dm³ vér 150 g Hb 223 cm³ O₂! 100 x több a fizikailag oldottnál !

Az oxigénkötő képesség függ: pO₂, pH, T.



$$K = \frac{[Mb] \cdot [O_2]}{[MbO_2]}$$

$$O\% = \frac{[MbO_2]}{[MbO_2] + [Mb]}$$

$$O\% = \frac{pO_2}{[pO_2] + K}$$

$$O\% = \frac{pO_2}{[pO_2] + P_{0.5}}$$

$$\frac{O\%}{1 - O\%} = \frac{pO_2}{P_{0.5}}$$

$$\log \frac{O\%}{1 - O\%} = \log pO_2 - \log P_{0.5}$$

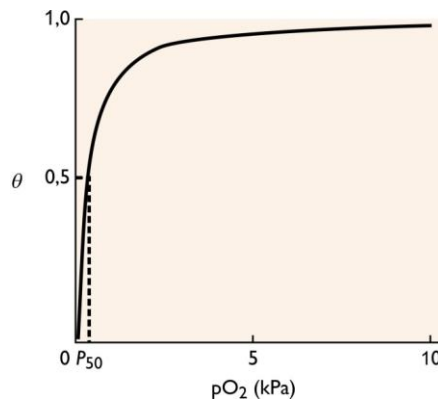
Nincs kooperativitás (pl. mioglobin):

$$O\% = \frac{pO_2}{[pO_2] + K}$$

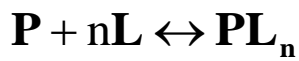


Teltés:

$$\Theta = \frac{[L]}{[L] + K_d}$$



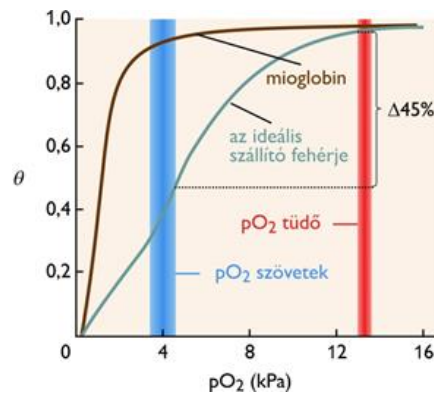
Van kooperativitás (Pl. hemoglobin):



$$K_d = \frac{[P] \cdot [L]^n}{[PL_n]}$$

Hill-egyenlet (n=Hill együttható):

$$\Theta = \frac{[L]^n}{[L]^n + K_d}$$



$$\log \frac{O\%}{1 - O\%} = n \cdot \log pO_2 - \log P_{0.5}$$

A Hill által meghatározott n: 3,6.

Fiziológias és patológias jelentősége.

Az agykéreg oxigénellátásának modellje:

